Versuch einer Theorie,
von der
Ueberwucht,

aufgesetzt,
und gegen zuverläßige Experimente
gehalten,
von

L. G. Schober.

Biblioth. Oberalt.

Leipzig,
bey Johann Wendler, 1751.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Vorbericht.

Von Verbesserung der Maschinen wird überall geredt und geschrieben; und es giebt auch Leute genug, die es sich vornehmen, selbige Verbesserung zu Werke zu richten; die wenigsten aber sind im Stande zu urtheilen, ob die bey einer Maschine applicirte Kraft so viel thue, als sie natürlicher Weise thun kann, und was eigentlich damit auszurichten möglich sey.

Die Mechanik, wie sie bis daher vorgetragen wird, saget ihnen nichts mehr, als daß sie weiset, wie an einer Maschine Raum und Schwere proportioniret seyn müsse, wenn man das Aequilibrium erhalten will; und wie gegentheils nothwendig eine Bewegung, auf die eine oder andere Seite, erfolge, wenn gedachte Proportion aufgehoben, und auf einer Seite einige Ueberwucht zugelegt wird.

Dabey bleiben sie lediglich stehen, und nehmen als ein Haupt-Axioma an, daß eine Kraft, nach Proportion des Raumes, beynahe eine gleiche Last aufheben könne.

Es ist an dem, man kann sich die Ueberwucht so kleine nicht gedenken, daß sie nicht eine Bewegung machen sollte, und es hat mir auch daher die schweize-

rische Uebersetzung der Stelle, Weish. Salom. 11, 23. da von Gott gesagt wird: **Vor dem die Welt ist, wie das wenige, das die Wage auszeucht:** dermaßen wohl gefallen, daß ich ohne Scheu glauben wollte, es wäre der Autor desselben Buches ein Mechanicus gewesen, wenn ich wüßte, daß es im Grund-Texte auch so hieße.

Wo bleibt aber die Zeit, in welcher die Bewegung geschiehet; wird wohl die Ueberwucht, nachdem etwa die Last geschwinderer, oder langsamer, bewegt werden soll, allemal so kleine seyn? wird sie nicht auch, wenn die Zeit assignirt ist, einen assignablen Theil der bewegenden Schwere ausmachen? dürfte es nicht solche Fälle geben, da sie eben so groß, und noch größer werden kann, als die Kraft ist, welche der Balance nach, an-

gewendet wird? und wird endlich nicht auch eine gewisse Kraft erfordert werden, wenn die bloße Maschine mit einer gewissen Geschwindigkeit bewegt werden soll?

Wenn von der Balance geredet wird, so ist es richtig, Kraft, Last und Raum, sind nothwendig mit einander verbunden, dergestalt, daß die Geschwindigkeit, oder der Raum der Kraft, und der Last ihr Raum, oder Geschwindigkeit, wenn eine Bewegung erfolgen sollte, sich allezeit gegen einander verhalten müssen, als wie Last und Kraft selbst; denn darinnen liegt eben die Ursache des Stillestehens; allein daraus weis ich noch nichts von der Zeit, sondern diese richtet sich, bey Erfolg der wirklichen Bewegung, nach etwas anders; und es ist weit gefehlet, wenn ich Zeit und

Raum, wie insgemein geschiehet, für eines annehme.

Ich will nicht sagen; daß eine Maschine, da die Last weiter abstehet, und also geschwinder gehoben wird, als an einer andern, wo sie nicht so weit entfernt ist, ungleich mehr Kraft erfordere, denn davon ist hier die Rede nicht; sondern ich verlange nur zu wissen, wie groß die Ueberwucht das eine und das andere mal seyn müsse, wenn eine Last, durch eben dieselbe Maschine, einmal geschwinder, und das andere mal langsamer, bewegt werden soll.

Daß ein Unterschied darinne sey, und daß nach selbigem eine Last, bey unveränderter Maschine, langsamer und geschwinder bewegt werden könne, solches kann man an der gemeinen Wage abnehmen.

Selbige bleibt in ihrer Structur, einmal wie das andere, sie hebt aber dennoch, nachdem die Ueberwucht auf der einen Seite groß ist, die auf der andern Seite befindliche Schwere ungleich geschwinder, als sie gethan, da die Ueberwucht kleiner gewesen, ungeachtet in der Verhältniß des Raumes, den beyde Schweren beschreiben, keine Ursache darzu vorhanden ist.

Man formirt also, indem man gewahr wird, daß die Zeit oder Geschwindigkeit der Bewegung sich an die Ueberwucht bindet, billig die Frage; wie viel für eine jede gegebene Geschwindigkeit, Ueberwucht angewendet werden müsse; und umgekehrt, was bey einer jeden gegebenen Ueberwucht, für eine Geschwindigkeit erhalten werden könne?

Allein davon steht, wie Herr Euler in der Vorrede, zu der Artillerie Herrn Benjamin Robins, erinnert, in allen mechanischen Schriften nicht ein Wort; und ich weis also nicht, wie man urtheilen will; ob, durch die bey einer Maschine angewendete Kraft, so viel Effect erhalten werde, als der Natur nach möglich ist, geschweige denn, ob bey der Maschine selbst noch einige Verbesserung anzubringen stehe.

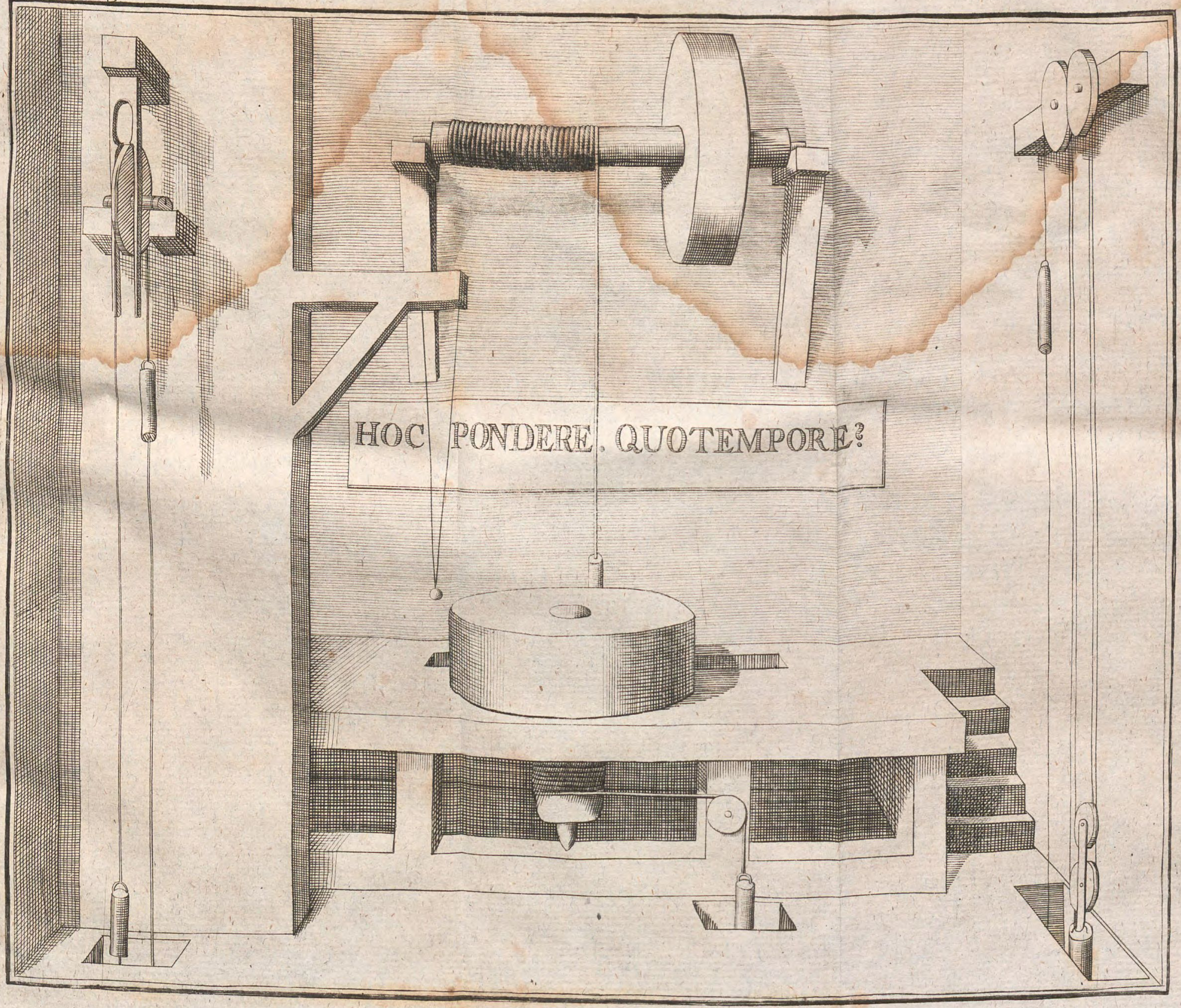
Da ich nun in gegenwärtigen Blättern diese Materie, insonderheit was die Bewegung der Maschinen durch Gewichte anlanget, deren Motus von der Ruhe an accelerirt ist, und lediglich aus der Wirkung eines schweren Körpers, in einen schweren Körper, begriffen werden muß, nach den in der Mechanik sonst schon bekannten Gründen untersucht, und

die aufgeworfene Frage beantwortet, auch, weil ich die Gelegenheit darzu gehabt, alles mit genauen Versuchen bestätiget: so hoffe, daß wenn ich auch der Sache damit noch nicht in allen vollkommene Gnüge gethan, selbige dennoch einer geneigten Aufnahme genießen, und in genauerer Beurtheilung der Maschinen nicht ganz ohne Nutzen seyn sollen.

Kösen an der Saale den 20 Jan. 1751.

Versuch

Zum Anfange.



Versuch einer Theorie

von der Ueberwucht.

Erklärungen und Grundsätze.

§. 1.

Masse wird, in der Mechanik, genannt die Quantität der Materie, woraus ein Körper bestehet. Man sagt, daß es die Quantität der Materie, und nicht die Materie selbst, anzeige, weil nicht nach der Art der Materie, ob es z. E. Holz, Eisen, oder Stein sey, sondern nur nach der Menge oder Vielheit derselben, gefragt wird.

§. 2.

§. 2. Gravitas heisset eigentlich die Kraft, wodurch alle Körper, nach dem Centro der Erde, hingetrieben werden; ich verstehe aber überhaupt darunter eine Kraft, wodurch ein Körper, nach einer gewissen Gegend, sich zu bewegen, animirt oder angetrieben werden kann.

§. 3. Celerität ist die Geschwindigkeit, in welcher sich ein Körper bewegt, kommt her aus der Gravität, wird aber beurtheilet aus dem Raume, den ein Körper, bey der Bewegung, in einer gewissen Zeit, zurück leget.

§. 4. Wenn zween Körper von unterschiedenen Gravitäten, sollten oder könnten animirt werden: so würden sich dieselben Gravitäten gegen einander eben so verhalten, als wie die Celeritäten, welche diese Körper, indem sie beyde ihre Bewegung von der Ruhe anfangen, in Ablauf einerley Zeit erlangen.

§. 5. Die Celeritäten aber würden sich gegen einander eben so verhalten, als wie der Raum, den die Körper in Ablauf einerley Zeit zurück legen.

§. 6. Wenn man die Masse eines Körpers, mit der Gravität, wovon sie zur Bewegung animirt wird, multiplicirt: so entsteht die Schwere, oder dasjenige, was man das Gewichte des Körpers nennet.

§. 7. Und wenn dieses, nehmlich das Gewichte, (indem ich mir den Körper an einen Hebel

oder

oder einer andern Maschine einbilde) durch den Abstand, oder die Entfernung von dem Ruhepuncte, multipliciret wird: so wird das Factum, das daraus entstehet, mit einem Worte, das Momentum des Körpers genennet; welchen Terminum man also niemals anders braucht, als wenn der Körper an einer Maschine, da er einem andern Körper entgegen gesetzt ist, betrachtet wird.

§. 8. Es verhalten sich also die Schweren unterschiedener Körper, eben so, als wie die Facta aus den Massen, in die Gravitäten; welches eben der Grund ist, warum man die Massen, bey Körpern von unterschiedener Materie, durch die Verhältniß des Gewichtes ausdrückt; indem man voraus setzet, daß die natürliche Gravität überall, und in allen Körpern einerley sey.

§. 9. Die Momenta aber, verhalten sich wie die Facta, aus den Schweren, in den Abstand, oder die Entfernung von dem Ruhepuncte.

Alles dieses sind Sätze, die ich als bekannt annehme; daher ich mich auch mit weiterer Erklärung und Beweis derselben nicht aufhalten, sondern gleich zu folgender Hauptaufgabe schreiten, zuvor aber nur dieses noch erinnern will, daß wenn ich in Folgendem von dem Fuße rede, ich darunter allemal Pariser Maaß verstehe.

Von der Ueberwucht bey gleichem Abstande.

Erste Aufgabe.

§. 10.

Fig. I. An einen gleicharmigten Hebel *C A F*, sind applicirt die Körper *C* und *F*; *C* aber ist schwerer als *F*; man soll finden, wie geschwinde der leichtere, durch den schwerern, aufgehoben wird; wenn man annimmt, als ob die Masse von jeden nur in einen Punct colligirt beysammen wäre.

Das heißt: wenn die Geschwindigkeit bekannt ist, mit welcher der Körper *C*, an dem Arme *C A*, ohne auf der andern Seite etwas zu heben, niederfällt; die Geschwindigkeit zu finden, welche er alsdenn hat, wenn er währenden seines Falles, auf der andern Seite, den Körper *F* aufhebet.

Es sey die Masse des Körpers *F*, welcher aufgehoben wird $= m$, die Masse des andern aber, der niedergehet, $= m + n = C$, also, daß durch n die Ueberwucht angezeigt wird; und sey weiter die natürliche Gravität, wodurch jeder für sich nach dem Centro der Erden getrieben wird $= g$.

So ist die Schwere des ersten, der in *F* ist, (§. 6.) $= mg$, und die Schwere des andern, der in *C*, ist $= mg + ng$.

Durch

Durch den Körper C, wird der Punct C niederwärts, nach dem Centro der Erde getrieben; durch den Körper F aber, der, wegen natürlicher Gravität, mit gleicher Geschwindigkeit, wie C, nach dem Centro der Erde zu gehen strebet, wird solcher Punct, aufwärts von dem Centro der Erde weggetrieben, und ist es also einerley, ob dieser Körper F, mit der natürlichen Gravität, C gegen übersteher, oder ob ich mir einbilde, daß er auch in dem Puncte C wäre, mit einer solchen Gravität, so der natürlichen gerade entgegen, und die ihn, mit eben der Geschwindigkeit, von dem Centro der Erde weg triebe, mit welcher sonst die natürliche Gravität, alle Körper nach selbigem hintreibt; mithin, wenn bey dem Körper C, die Gravität $=+g$, so ist solche bey dem Körper F, $=-g$.

Nun wird, durch $+g$ die Masse $m+n$, und durch $-g$, die Masse m, animirt; der Effect aber, den diese beyde contrairen Gravitäten hervorbringen, ist dieser, daß C, in gewisser Zeit, aus C, nach c, gebracht wird.

Es fragt sich also: wenn beyde Massen m, und $m+n$, durch einerley Gravität animirt werden sollten, wie groß selbige seyn müßte, um eben denselben Effect zu erhalten? den diese beyden contrairen Gravitäten hervorbringen.

Ich will setzen, es wäre selbige $=x$, so ist (weil sie eben die Wirkung hervorbringen soll) $mx+nx+mx=mg+ng-mg$; das heißt: $2mx+nx=ng$, und wenn ich mit $2m+n$ dividire

dire $x = \frac{ng}{2m+n}$; mithin kann ich sagen, daß der Körper *C*, indem er durch die natürliche Gravität animirt ist, durch *F* aber (das auch die natürliche Gravität hat) aufgehalten wird, eben dieselbe Geschwindigkeit haben müsse, welche die Masse beyder Körper zusammen haben müßte, wenn sie durch eine Gravität, die $= \frac{ng}{2m+n}$ zur Bewegung angetrieben würde.

Weil nun die Gravitäten sich eben so unter einander verhalten, als wie die Celeritäten, welche die Körper, die davon animirt werden, in einerley Zeit erlangen; (§. 4.) die Celerität aber, bey dem freyen Falle, durch die Gravität *G* hervorgebracht wird, so folget: daß in jeden Momente die Geschwindigkeit des Körpers *C*, indem er den Körper *F* aufhebet, zu derjenigen Geschwindigkeit, welche er haben würde, wenn er niederfiele, ohne auf der andern Seite etwas aufzuheben, sich eben so verhalten müsse, als wie sich verhält $\frac{ng}{2m+n} : g$, oder wenn ich mit g dividire $= \frac{n}{2m+n} : 1$, und wenn ich mit $2m+n$ multiplicire, wie $n : 2m+n$, welche Ausdrückung, wenn ich (§. 5.) von der Geschwindigkeit, auf den Raum schließe, und den Raum des freyen Falles, in einer gegebenen Zeit, $=S$, den Raum der aufzuhebenden Schwere aber s nenne, folgenden Lehrsatz giebt:

n:2m

$n : 2m + n = s : S.$ das ist: der Raum, den ein Körper beschreibt, indem er einen leichtern eben so hoch aufhebet, als tief er selbst niederfällt, verhält sich zu dem Raume, den ein freyfallender Körper, in gleicher Zeit zurück leget, eben so, als wie die Difference beyder Schweren, zu der Summe derselben.

Weil S, der Raum des freyen Falles, zu s dem Raume des Körpers C, wie $2m + n : n$, und die Geschwindigkeit des freyen Falles am Ende der Höhe S, zu der Geschwindigkeit des Körpers C, am Ende der Höhe s, wie $S : s$, wie $2m + n : n$, so ist, wenn die Geschwindigkeit des freyen Falles, am Ende der Höhe S, wie $\sqrt{S}$, die Geschwindigkeit des Körpers C, am Ende der Höhe s, wie $\frac{n\sqrt{S}}{2m+n}$. Da nun die Geschwindigkeiten, welche der freye Fall unter verschiedenen Höhen S, und v, erlangt, sich verhalten wie $\sqrt{S} : \sqrt{v}$, so ist die Höhe, durch welche ein freyfallender Körper fallen muß, wenn er eben die Geschwindigkeit, wie $\frac{n\sqrt{S}}{2m+n}$ erhalten soll, die C, am Ende des Raumes s erhalten hat, zu der Höhe, die er zurück gelegt, indem er die Geschwindigkeit wie $\sqrt{S}$ erlangt hat, wie $\left(\frac{n\sqrt{S}}{2m+n}\right)^2 : S.$ und die Höhe v wird gefunden $= \frac{n^2 S}{(2m+n)^2}$ oder (weil

$\frac{n}{2m+n} = \frac{s}{S}\Big) = \frac{snS}{2Sm+Sn} = \frac{sn}{2m+n}$. Daher

$v : s = n : 2m+n$

Das heißt: Der Raum, durch den ein freyfallender Körper fallen muß, wenn er eben dieselbe Geschwindigkeit erlangen soll, die eine Schwere erlangt, indem sie eine andere kleinere Schwere eben so hoch aufhebt, als tief sie fällt; verhält sich zu den Raum, durch den die niedergehende Schwere fällt, eben so, als wie die Difference beyder Schweren, zu der Summe derselben.

Anmerkung.

§. 11. Weil n allemal kleiner, als $2m+n$, so folget, daß es, in dem gleichen Abstande, auch durch die allergrößte Ueberwucht, dahin nicht gebracht werden kan, daß die aufzuhebende Last diejenige Geschwindigkeit erlanget, die ein freyfallender Körper in gleicher Zeit gewinnt.

Es lassen sich aber nach vorhin gegebenen Theoremate, folgende 2, 3, 4, und 5 Aufgaben solviren.

Zweyte Aufgabe.

§. 12. Die Schwere zu finden, wodurch eine andere gegebene Schwere, in gegebener Zeit, auf eine gegebene Höhe aufgehoben werden kann.

Der Raum, in welchen die gegebene Schwere, in der gegebenen Zeit, aufgehoben werden soll, sey $= s$, der Raum aber des freyen Falles, in eben

der

der Zeit S; die Schwere, so gehoben werden soll, $= m$, und die niedergehende Schwere $= m + x$ also daß durch x die Ueberwucht, der einen, gegen die andere, angezeigt wird.

So ist, vermöge vorhergehender Aufgabe, $2m + x : x = S : s$, folglich $2ms + sx = Sx$, oder, wenn ich sx auf beyden Seiten subtrahire, $2ms = Sx - sx$; und wenn ich beyde Membra, mit $S - s$, dividire, $\frac{2ms}{S-s} = x$. Das heist:

Multiplicirt die gegebene Schwere, mit dem doppelten Raume, durch den sie in der gegebenen Zeit, aufgehoben werden soll, und dividirt das Factum durch die Difference, zwischen der gegebenen Höhe, und dem Raume des freyen Falles, in der gegebenen Zeit; der Quotus ist gleich der Ueberwucht, um welche die gesuchte Schwere größer seyn muß, als die gegebene, wenn sie diese in der gegebenen Zeit, auf die verlangte Höhe aufheben soll.

Z. E. Es soll eine Schwere, von 98 Pf. in Zeit von 30 Secunden, 60 pariser Fuß hoch, gehoben werden; Es ist die Frage, wie groß die Schwere seyn müsse, die jene verlangter maßen, in die Höhe hebet.

Hier ist $s = 60$, S aber $= 13500$, $m = 98$, $2ms = 11760$, und $S - s = 13440$; wird also $2ms : (S - s)$ gefunden, gleich $\frac{11760}{13440} = \frac{7}{8} = x$,

und die ganze Schwere, wodurch die gegebenen 98 Pfund, verlangter maßen, gehoben werden, heißet $= 98 \frac{7}{8}$ ℔ $= m + x$.

Anmerkung.

§. 13. Wenn $s = S$, folglich $S - s = 0$, so ist $\frac{2ms}{S-s} = \frac{2ms}{0} = \infty$. Das ist: Es müßte die Ueberwucht unendlich groß seyn, wenn die aufzuhebende Schwere, in einer gegebenen Zeit, durch eben den Raum gehoben werden sollte, durch welchen ein freyfallender Körper in eben der Zeit fällt.

Dritte Aufgabe.

§. 14. Wenn zwo Schweren gegeben werden, und die Höhe, auf welche die kleinere, durch die größere, gehoben werden soll, bekannt gemacht wird, die dazu erforderliche Zeit zu bestimmen.

Hier wird der Raum gesucht, den ein freyfallender Körper, in eben der Zeit, durchfällt, in welcher die gegebene Schwere, auf die gegebene Höhe, aufgehoben wird; sodann ist daraus leicht die Zeit zu bestimmen, in welcher die verlangte Bewegung erhalten werden kann.

Zu dem Ende sey die eine Schwere die, gehoben wird, $= m$, die andere $= m + n$, die gegebene Höhe $= s$, und der Raum des natürlichen Falles, in der gesuchten Zeit, $= x$, so ist: (nach §. 10.) $n : 2m + n = s : x$ und es wird also x gefunden

den $= \frac{2ms + ns}{n}$, das heißt: multiplicirt die Summe beyder Schweren durch die gegebene Höhe, und dividirt das Factum durch die Ueberwucht, so ist der Quotus gleich dem Raume, den ein freyfallender Körper, in eben der Zeit, durchlauft, in welcher die kleinere Schwere, durch die größere auf die verlangte Höhe aufgehoben wird.

Z. E. Man will eine Schwere von 98 Pf., durch eine andere, von 100 Pf., 60 Fuß hoch heben, ist die Frage: wie viel man Zeit darzu brauchen werde?

Hier ist $m = 89$, $n = 2$, $s = 60$, und der Raum des freyen Falles x wird gefunden $= \frac{11880}{2} = \frac{2ms + ns}{n} = 5940$.

Ich setze demnach, weil bekannt, daß der freye Fall in 1 Secunde 15 Fuß gehet, und daß der Raum, in verschiedenen Zeiten sich eben so verhält als wie die Quadrate der Zeiten: wie $15 : 1 = 5940$ zu dem Quadrat der Zeit, so wird dadurch die Zeit heraus gebracht, gleich $\sqrt{\frac{5940}{15}} = 19$ Secunden 54 Tertien.

Vierte Aufgabe

§. 15. Wenn nebst beyden Schweren, die Zeit der Bewegung gegeben wird, die Höhe zu finden, zu welcher die kleinere durch den Fall der größern, aufgehoben wird.

Es sey der Raum des freyen Falles, in der gegebenen Zeit $= S$, die eine Schwere $= m$, die andere $m + n$, und die gesuchte Höhe $= x$; so ist (§. 10.) $2m + n : n = S : x$ und es wird daher x gefunden $= \frac{Sn}{2m + n}$; das heißt: Multiplicirt den Raum, den ein freyfallender Körper, in der gegebenen Zeit zurück leget, durch die Difference der beyden Schweren, und dividirt das Factum durch die Summe derselben, der Quotus zeigt an, wie hoch die kleinere durch den Fall der grössern, in der gegebenen Zeit, aufgehoben wird.

Z. E. Man hat zwo Schweren, die eine ist 98 Pf., und die andere 106 Pf., die Zeit aber der Bewegung ist = 10 Secunden 6. Tertien; Es fragt sich demnach wie hoch die kleinere durch den Fall der größern, in dieser Zeit, aufgehoben werden könne.

Hier ist $m = 98$, $n = 8$, und S als der Raum des freyen Falles in der gegebenen Zeit, ist $= 1530$, mithin heist $Sn = 12240$, $2m + n = 204$, und es wird x, als die gesuchte Höhe, gefunden $= \frac{12240}{204} = 60$ Fuß.

Fünfte Aufgabe.

§. 16. Die Last zu finden, die durch eine gegebene Schwere, in bestimmter Zeit, auf eine verlangte Höhe, aufgehoben werden kann.

Es sey der Raum des freyen Falles in der gegebenen Zeit $= S$, die gegebene Höhe aber $= s$,

die

die gegebene Schwere = m, und die Last, so gesucht wird, = x; so heist die Ueberwucht, auf Seiten der gegebenen Schwere = m − x, und es ist (§. 10.) $m + x : m - x = S : s$ folglich $Sm - Sx = sm + sx$, oder wenn in beyden Membris ms subtrahirt, und Sx addirt wird, $Sm - sm = Sx + sx$, und wenn ich, mit $S + s$ dividire $\frac{Sm - sm}{S + s} = x$

Das heist: Multiplicirt die gegebene Schwere, durch die Difference zwischen der gegebenen Höhe, und dem Raum des freyen Falles in der bestimmten Zeit, und dividirt das Factum, durch die Summe aus der gegebenen Höhe, und aus dem Raum des freyen Falles; so ist der Quotus gleich der Last, welche, durch die gegebene Schwere, in der gegebenen Zeit, auf die begehrte Höhe aufgehoben werden kann.

Z. E. Man hat eine Schwere von 100000 Pf., und selbige soll gebraucht werden, in Zeit von 6 Secunden, eine Last, 60 Fuß hoch, aufzuheben; ist die Frage: Wie viel man damit werde aufheben können?

Hier S, als der Raum des freyen Falles, in 6 Secunden, = 540, s = 60, und m = 100000 heist also $Sm - sm = 48000000$ und $S + s = 600$, und die Last x wird gefunden gleich $\frac{48000000}{600}$ $= 80000 = \frac{Sm - sm}{S + s}$.

Von der Ueberwucht bey ungleichen Abstande.

Sechste Aufgabe.

§. 17.

Fig. II. An einen ungleicharmigten Hebel, *CAF*, sind applicirt, der Körper *C*, in der Entfernung *AC*, und *F*, in der Entfernung *AF*. *C* aber ist, nach Proportion der Entfernung, schwerer als *F*; man soll finden, wie geschwinde der Körper *F* dadurch aufgehoben wird, wenn man annimmt, als ob die Masse von jedem nur in einem Puncte beysammen wäre.

Es sey die Masse des Körpers in *F*, welcher aufgehoben wird, $=m$, die Entfernung desselben vom Hypomochlio $AF = p$, die Entfernung des andern $AC = 1$, die Masse desselben, so ferne sie jenem die Balance hält, $= mp$, und die Ueberwucht davon gegen den erstern gerechnet, $=n$; folglich die ganze Masse desselben $= mp + n$. Und sey weiter der Raum des freyen Falles, in einer gewissen Zeit $= S$, der Raum der aufzuhebenden Schwere, in eben der Zeit $= s$, und die natürliche Gravität wodurch jeder Körper vor sich nach dem Centro der Erden hingetrieben wird, $=g$.

So ist die Schwere des Körpers *C* (§. 6.) $= mgp + ng$, die Schwere des Körpers *F* ist $= mg$, und das Momentum davon (§. 7.) $= gmp$.

Nun

Nun kann ich hier zwar, wie bey der Aufgabe, vom gleichen Abstande (§. 10.) sagen, daß es einerley sey, ob der Körper *F*, mit der natürlichen Gravität g, (wodurch er nach dem Centro der Erde zu gehen angetrieben wird) dem Körper *C* gerade gegenüber steht, oder ob ich mir einbilde, als wenn er mit der Gravität − g, (die ihn von dem Centro der Erden weg triebe) in gleicher Entfernung, auf der andern Seite, in *F*, wäre; ich vermag aber daraus, weil der Abstand ungleich, noch nicht so wie dorten, auf die eigentliche Geschwindigkeit der Bewegung zu schließen, sondern es ist erstlich die Frage: Wenn ich mir, statt des Körpers *F* mit der Gravität − g, einen andern Körper, in dem Puncte *C*, einbilden wollte, der eben so viel thäte, als, *F*, mit der Gravität − g, in *F* thun können, was selbiger vor Masse und Gravität haben müßte?

Dieses also zu finden, stelle ich mir vor: es würde *AC*, aus *AC* nach *Ac* bewegt, so beschreibt der Punct *C*, in eben der Zeit, den Bogen *Cc*, in welcher *F* den Bogen *fF* macht, und verhält sich daher (§. 5.) die Celerität von C, zu der Celerität von F, eben so, als wie Cc : fF, = AC : AF = 1 : p.

Mithin wenn ich will, daß F, aus dem Puncte F, weggenommen, und statt dessen ein anderer Körper, mit gleichen Effecte, in C, gesetzt werden soll, so wird die Gravität desselben zu der Gravi-

tåt $-g$, die dem Kórper F eigen ist, sich (§. 4.) eben so verhalten, als wie AC:AF, $=1:p$.

Es heist also die Gravitåt des Kórpers, den man sich in C einbildet, $= -\frac{1g}{p} = -\frac{g}{p}$.

Das Momentum aber davon, welches dem Momento des Kórpers F gleich seyn muß, (weil eben der Effect dadurch erhalten werden soll) ist gleich $-gmp$, woraus ferner, wenn ich selbiges, durch die schon gefundene Gravitåt, $-\frac{g}{p}$, und durch den Abstand AC, $=1$, dividire, die Masse desselben gefunden wird $= -gmp : (-\frac{g}{p} \cdot 1) = mp^2$.

Nun hat man in dem Puncte C, erstlich den Kórper C, dessen Masse $= mp + n$, und, nebst demselben, einen andern fingirten Kórper, der eben das wirkt, was F, in F, gewirket, und dessen Masse $= mp^2$

Jener wird animirt durch die Gravitåt g, dieser hingegen durch die Gravitåt $-\frac{g}{p}$, der Effect aber, der von beyden zusammen hervor gebracht wird, ist dieser, daß C in gewisser Zeit, aus C, nach c, gehet.

Es fragt sich also weiter; wenn beyde Massen $mp + n$, und mp^2, durch eine gemeinschaftliche Gravitåt, zur Bewegung angetrieben werden sollten, also, daß C, in eben der Zeit, aus C, nach c, kåme, wie groß selbige seyn müsse?

Ich setze, es wäre selbige $= x$, so ist: (weil dadurch eben die Wirkung hervor gebracht werden soll) $(mp + n + mp^2)\,x = (mp + n)\,g - \frac{g}{p}mp^2$ das heist: $mpx + nx + mp^2x = mpg + ng - mgp$, oder weil, $mgp - mgp = 0$, $mpx + mp^2x = ng$.

Woraus endlich, wenn ich mit $(mp + n + mp^2)$ dividire, die begehrte gemeinschaftliche Gravität gefunden wird, gleich $\frac{ng}{mp + n + mp^2}$

Daher schließe ich, wie bey der ersten Aufgabe, (§. 10.) daß in jeden Momente, die Geschwindigkeit des überwiegenden Körpers C, in dem er F, in dem gegebenen Abstande, aufhebet, zu der Geschwindigkeit die er haben würde, wenn er niederfiele, ohne auf der andern Seite etwas aufzuheben, sich eben so verhalten müsse, als wie sich verhält $\frac{ng}{mp + n + mp^2} : g$ das ist: wenn ich mit g dividire, wie $\frac{n}{mp + n + mp^2} : 1$, und wenn ich mit $(mp + n + mp^2$. multiplicire, wie $n : mp + n + mp^2$. Woraus ferner die Geschwindigkeit, oder (§. 5.) der Raum des aufzuhebenden Körpers, dessen Abstand $= p$, gegen die Geschwindigkeit, oder den Raum des freyen Falles gefunden wird $= pn : mp + mp^2 + n = s : S$ also daß S den Raum des freyen Falles, und s den Raum der aufgehobenen Schwere anzeiget.

Nach

Nach welcher Verhältniß alle diejenigen Aufgaben, die vorhin bey dem gleichen Abstande beygebracht worden, in dem ungleichen Abstande solvirt werden, wie folget:

Erste Anmerkung.

§. 18. Ist der Abstand der niedergehenden Schwere größer, als der Abstand der aufzuhebenden, da denn p kleiner wird, als 1, so kann es, wie bey dem gleichen Abstande, niemalen dahin kommen, daß die aufzuhebende Schwere, diejenige Geschwindigkeit erlangte, die ein freyfallender Körper, in eben der Zeit bekommt.

Ist aber der Abstand der niedergehenden Schwere kleiner, als der Abstand der aufzuhebenden, da denn p größer wird als 1, so kann es, durch genugsame Ueberwucht, dahin gebracht werden, daß die aufzuhebende Schwere eine größere Geschwindigkeit erlangt, als ein freyfallender Körper, in eben der Zeit gewinnen kann, wie ich davon in folgenden ein Exempel geben werde.

Zweyte Anmerkung.

§. 19. Ist der Abstand gleich, so ist $p = 1$, np ist $= n$, und $mp + mp^2 + n$ ist $= 2m + n$, folglich $s : S = n : 2m + n$, wie in der ersten Aufgabe, und man siehet daraus, daß selbige, nur als ein Corollarium von dieser, hätte tractiret werden können. Weil es aber, wie ich da-

für

für halte, so leichter worden, so habe lieber mit selbiger den Anfang machen wollen, besonders da ich gesehen, daß die daraus gezogenen Regeln sich so kurz und deutlich ausdrücken lassen, welches bey dieser schon nicht so gut angehen will.

Dritte Anmerkung.

§. 20. Sind aber die Schweren gleich, so, daß nur der Abstand ungleich ist, so ist $n = m - mp$, und $mp + mp^2 + n$ ist $= mp + mp^2 + m - mp = mp^2 + m$, und es ist alsdenn $s : S = mp - mp^2 : mp^2 + m = p - p^2 : p^2 + 1$. also, daß in dem Fall die Schweren selbst, in Vergleichung des Raumes und der Geschwindigkeit, gar nicht in Erwägung gebracht werden dürfen.

Siebente Aufgabe.

§. 21. Die Schwere zu finden, wodurch eine andere gegebene Schwere, in gegebener Zeit und verlangten Abstande, zu einer gegebenen Höhe, aufgehoben werden kann.

Der Raum, durch welchen die gegebene Schwere, in der destinirten Zeit, aufgehoben werden soll, sey $= s$, der Raum des freyen Falles, in eben der Zeit $= S$, die Schwere, welche gehoben wird, $= m$, der Abstand derselben $= p$, und die niedergehende Schwere $= pm + x$, indem ich vor die Ueberwucht, und 1 vor den Abstand der ganzen Schwere annehme.

So

So ist nach vorhergehender Aufgabe, $s : S = px : pm + mp^2 + x$ folglich: $smp + smp^2 + sx = Spx$, oder wenn ich sx, auf beyden Seiten, abziehe, $smp + smp^2 = Spx - sx$, oder wenn ich mit $(Sp - s)$ dividire; $\frac{smp + smp^2}{Sp - s} = x$.

Z. E. Es soll eine Schwere, 272 Pfund, in 34 Secunden, 55 Fuß hoch, gehoben werden, und soll der Abstand der niedergehenden Schwere viermal so groß seyn, als der Abstand derjenigen, die da aufgehoben wird;

Hier ist $S = 17340$, $m = 272$, $s = 55$, und $p = \frac{1}{4}$. Heist also $smp = 3740$, $smp^2 = 935$, und $Sp = 4335$, und wird $\frac{smp + smp^2}{Sp - s}$ gefunden gleich $\frac{3740 + 935}{4335 - 55} = \frac{4675}{4280} = 1\frac{79}{856}$ ℔ $= x$. welches die Ueberwucht ist, um welche die niedergehende Schwere, nach Proportion des Abstandes, größer seyn muß, als die so aufzuheben verlangt wird.

Anmerkung.

§. 22. Wenn $\frac{s}{p}$, welches der Raum der niedergehenden Schwere ist, $= S$, folglich $Sp = s$, und $Sp - s = 0$, so ist $\frac{smp + smp^2}{Sp - s} = \frac{smp + smp^2}{0} = \infty$. Das ist, wie bey der

zweyten

zweyten Aufgabe. Es müßte die Ueberwucht unendlich groß seyn, wenn die niedergehende Schwere in einer gegebenen Zeit eben so tief fallen sollte, als ein freyfallender Körper.

Achte Aufgabe.

§. 23. Die Zeit zu finden, in welcher eine gegebene Schwere, durch eine andere gegebene Schwere, in begehrten Abstande, auf eine gewisse Höhe, aufgehoben werden kann.

Hier wird wie in der dritten Aufgabe, (§. 14.) der Raum gesucht, den ein freyfallender Körper, in eben der Zeit, zurück leget, in welcher die gegebene Schwere, auf die verlangte Höhe aufgehoben wird.

Es sey also die eine Schwere, welche gehoben werden soll $= m$, der Abstand derselben $= p$, der Abstand der andern, so niedergehet, $= 1$, und die Schwere selbst $= pm + n$, und sey weiter der Raum, durch welchen die eine Schwere aufgehoben werden soll $= s$, der Raum aber des freyen Falles währenden solchen Hubes $= x$;

So ist (nach §. 17.) $np : mp + n + mp^2 = s : x$ und wird x gefunden $\frac{smp + sn + smp^2}{np}$.

Z. E. Es soll eine Schwere, von 68 Pfund, mit einer Ueberwucht von 8 Pf, 220 Fuß hoch, gehoben werden, und soll der Abstand der aufzuhebenden Schwere viermal so groß seyn, als der

Abstand

Abstand der niedergehenden, ist die Frage: Wie viel Zeit darzu erfordert werde?

Hier ist $m = 68$, $n = 8$, $s = 220$, und $p = 4$, heist also, $smp = 59840$, $smp^2 = 239360$, $sn = 1760$, und $np = 32$ und es wird mithin $(smp + sn + smp^2) : np$ gefunden gleich

$$\frac{59840 + 239360 + 1760}{32} = \frac{300960}{32}$$

$= 9405 = x$, woraus denn, wie vorher in der dritten Aufgabe, die Zeit heraus gebracht wird, gleich $\sqrt{\frac{9405}{15}} = 25$ Secunden.

Anmerkung.

§. 24. Sind die Schweren gleich, so ist (§. 20.) $n = m - mp$, und $mp + mp^2 + n$ ist $= m + mp^2$, und es heist daher $x = \frac{sm + smp^2}{mp - mp^2} = \frac{s + sp^2}{p - p^2}$.

Z. E. An einen Hebel, dessen Arme sich verhalten wie $1 : 2$, sind gleiche Schweren applicirt, und die Höhe, auf welche die nähere beym Centro aufgehoben werden soll, ist $= 100$ Fuß; es fragt sich, wie viel Zeit dazu erfordert werden wird. Hier ist: $p = \frac{1}{2}$ und $s = 100$, und es heist also: $\frac{s + sp^2}{p - p^2} = \frac{100 + \frac{1}{4}.100}{\frac{1}{2} - \frac{1}{4}} = \frac{125}{\frac{1}{4}} = 500$. woraus wie in den 14. §. die Zeit gefunden wird $= \sqrt{\frac{500}{15}} = 5 \frac{7}{10}$. Secunden.

Neunte Aufgabe.

§. 25. Den Raum zu finden, auf welchen eine gegebene Schwere durch eine andere gleichfalls gegebene Schwere, in vorgeschriebener Zeit, und bestimmten Abstande, aufgehoben werden kann.

Es sey die gesuchte Höhe $= x$, der Raum des freyen Falles, in der gegebenen Zeit $= S$, und das übrige alles, wie in vorhergehender Aufgabe. So ist (§. 17.) $mp^2 + n + mp : np = S : x$ woraus die gesuchte Höhe x gefunden wird $= \frac{Snp}{mp + n + mp^2}$;

Z. E. Es soll eine Schwere, von 10 Pfund, durch eine andere von 1000 Pf., in 2 Secunden, aufgehoben werden, und der Abstand der aufzuhebenden Schwere soll 10 mal so groß seyn, als der Abstand der niedergehenden; ist die Frage: Wie hoch die erstere durch die andere aufgehoben werden kann? Hier ist $m = 10$, $p = 10$, $n = 900$. und $S = 60$. Heist also $Snp = 540000$, $mp^2 = 1000$, $mp = 100$, und wird der Werth von $\frac{Snp}{mp + n + mp^2}$ gefunden $= \frac{540000}{100 + 900 + 100} = 270$ Fuß. Welches die Höhe ist, zu welcher 10 Pf. durch 1000 Pf. in 2 Secunden aufgehoben werden können; woraus zu sehen, daß, wie in den 18. §. erinnert worden, in gewissen Umständen die Geschwindigkeit der aufzuhebenden Schwere größer werden kann, als die Geschwindigkeit des freyen Falles, und daß auch wirklich solche Fälle möglich

 sind,

sind, da, vor die Ueberwucht, wie ich gleich Anfangs erwähnet, mehr Kräfte angewendet werden, als deren vor die Balance erfordert werden.

Anmerkung.

§. 26. Sind die Schweren gleich, so ist, wie zuvor schon erwähnet worden $n = m - mp$, und $mp + mp^2 + n$ ist $= m + mp^2$, daher x gefunden wird $= \frac{Smp - Smp^2}{m + mp^2} = \frac{Sp - Sp^2}{1 + p^2}$.

Z. E. An einen Hebel dessen Arme wie 1 : 3 sind gleiche Schweren applicirt, es wird gefragt, wie hoch die an den kürzern Arme, durch die an den längern in 3 Secunden aufgehoben werden kann.

Hier ist $p = \frac{1}{3}$, und S der Raum des freyen Falles in 3 Secunden ist $= 135$ Fuß, und heist also $\frac{Sp - Sp^2}{1 + p^2} = \frac{135}{\frac{10}{9}} \cdot \frac{2}{9} = \frac{270}{10} = 27$ Fuß. $= x$.

Zehnte Aufgabe.

§. 27. Die Last zu finden, die durch eine gegebene Schwere, in gegebener Zeit, und verlangten Abstande, zu einer gegebenen Höhe, aufgehoben werden kann.

Die Schwere, welche man aufheben will, sey $= x$, der Abstand derselben $= p$, die andere Schwere $= m$, ihr Abstand $= 1$, der Raum des freyen Falles in der gegebenen Zeit $= S$, und der Raum, durch welchen die gesuchte Schwere aufgehoben wird $= s$;

So

So ist derjenige Theil, von der gegebenen Schwere, der mit der gesuchten die Balance hält, $= xp$, heist also die Ueberwucht $= m - xp$; und es ist weiter (nach §. 17.) $xp^2 + m : mp - xp^2 = S : s$, folglich $Smp - Sxp^2 = sxp^2 + sm$, oder, wenn ich sm auf beyden Seiten subtrahire, und Sxp^2 auf beyden Seiten addire, $Smp - sm = sxp^2 + Sxp^2$, und wenn ich mit $Sp^2 + sp^2$ dividire; $\frac{Smp - sm}{Sp^2 + sp^2} = x$.

Z. E. Durch eine Schwere, von 272 Pf., in einen Abstande $= 1$, soll eine andere Schwere, deren Abstand $= 4$, in 34 Secunden, 220 Fuß hoch gehoben werden.

Es fragt sich wie groß die Schwere seyn wird, die damit in der gegebenen Zeit, auf die verlangte Höhe aufgehoben werden kann. Hier ist $m = 272$, $S = 17340$, $s = 220$, und $p = 4$. Heist also: $Smp = 18865920$, $sm = 59840$, $Sp^2 = 277440$, $sp^2 = 3520$, und wird daher gefunden $\frac{Smp - sm}{sp^2 = Sp^2} = \frac{18806080}{280960} = 67$ Pf.

Eilfte Aufgabe.

§. 28. Wenn zwey Schweren gegeben werden, und der Raum, den die eine, in einer gegebenen Zeit, zu fallen hat, bekannt gemacht wird, die Höhe zu finden, auf welche die andere dadurch aufgehoben werden kann.

Hier muß die Verhältniß des Abstandes gesucht werden:

Es sey also die eine Schwere, die niedergehet $= n$, der Abstand derselben $= 1$; die andere Schwere, die gehoben wird $= m$, der Abstand derselben $= x$; der Raum, den die niedergehende Schwere in der gegebenen Zeit zu fallen hat $= s$, und der Raum des freyen Falles in eben der Zeit $= S$;

So ist der Raum, auf welchen die andere aufgehoben wird, indem die erste den Raum s zurücke leget $= sx$, die Ueberwucht, auf Seiten der niedergehenden Schwere, ist $= n - mx$, und es ist, vermöge der sechsten Aufgabe $sx : S = nx - mx^2 : n + mx^2$; folglich $snx + smx^3 = Snx - Smx^2$. oder wenn ich mit x dividire, $sn + smx^2 = Sn - Smx$; und wenn ich sn auf beyden Seiten subtrahire; und Smx addire; $smx^2 + Smx = Sn - sn$, ferner wenn ich mit sm dividire $x^2 + \frac{Sx}{s} = \frac{Sn - sn}{sm}$; und wenn ich, zu Ergänzung des Quadrats, $\frac{S^2}{4s^2}$ addire; $x^2 + \frac{Sx}{s} + \frac{S^2}{4s^2} = \frac{Sn - sn}{sm} + \frac{S^2}{4s^2}$. Woraus endlich durch Extrahirung der Wurzel gefunden wird $x + \frac{S}{2s} = \sqrt{\frac{Sn - sn}{sm} + \frac{S^2}{4s^2}}$. und der Abstand der aufzuhebenden Schwere ist $= \sqrt{\frac{Sn - sn}{sm} + \frac{S^2}{4s^2}} - S$

$-\frac{S}{2s}$; folglich die Höhe, auf welche sie aufgehoben wird, indem die niedergehende den Raum s zurücke leget $= s\left(\sqrt{\frac{Sn - sn}{sm} + \frac{S^2}{4s^2}} - \frac{S}{2s}\right)$

Z. E. Es soll eine Schwere 1000 Pfund in 2 Secunden 27 Fuß tief fallen, und währenden Falle eine andere von 10 Pf. aufheben, ist die Frage: Wie hoch diese dadurch aufgehoben werden kann.

Hier ist $S = 60$, $s = 27$, $m = 10$ und $n = 1000$. heist also $\frac{Sn - sn}{sm} = \frac{33000}{270}, = 122$; $\frac{S}{2s} = \frac{60}{54} = 1\frac{11}{100}$; und $\frac{S^2}{4s^2} = 1\frac{2321}{0000}$; mithin $x = \sqrt{123.2321} - \frac{111}{100} = \frac{1110}{00} - \frac{111}{00} = 10$. und sx als der Raum der aufzuhebenden Schwere wird gefunden $= 270$ Fuß.

Anmerkung.

§. 29. Sind die Schweren beyde gleich, so ist $n = m$, daher $x = \sqrt{\frac{Sm - sm}{sm} + \frac{S^2}{4s^2}} - \frac{S}{2s}, = \sqrt{\frac{S - s}{s} + \frac{S^2}{4s^2}} - \frac{S}{2s}$. folglich $sx = s\left(\sqrt{\frac{S - s}{s} + \frac{S^2}{4^2}} - \frac{S}{2s}\right)$

Z. E. Es sind an einen ungleich-armigen Hebel gleiche Schweren applicirt, und es soll die, an den längern Arm, in 10 Secunden, 300 Fuß tief fallen. Es fragt sich, wie weit die andere abstehen muß, und wie hoch sie aufgehoben werden kann, wenn jene, in der gegebenen Zeit, den gegebenen Raum zurück legen soll. Hier ist der Raum des freyen Falles in 10 Secunden = 1500 Fuß = S, und die gegebene Höhe, in welcher die weiter vom Centro abstehende Schwere fällt, ist = 300 Fuß = s, und es wird daher x gefunden

$$= \sqrt{\frac{1500-300}{3000}+\frac{562500}{90000}}-\frac{750}{300}=\frac{213}{300}=\frac{7}{10}$$

und der Raum der Last, der, der gleich sx ist = $\frac{7}{10}$ s = 210 Fuß.

Zwölfte Aufgabe.

§. 30. Wenn zwey Schweren gegeben werden, und der Raum, auf welchen eine durch die andere in einer gegebenen Zeit aufgehoben werden soll, bekannt gemacht wird, den Raum zu finden, durch welchen die andere in des fallen muß.

Hier muß, wie in vorhergehender Aufgabe, die Verhältniß des Abstandes gesucht werden, zu dem Ende so sey hier der Raum der aufzuhebenden Schwere = s, und der Abstand derselben vom Centro = x, das übrige sey alles wie in vorhergehender Aufgabe.

So ist der Raum, durch welchen die niedergehende Schwere fällt, indem sie die andere, durch

den Raum s, aufhebt, $= \frac{s}{x}$; und die Ueberwucht, auf Seiten der niedergehenden Schwere, ist $= 12 - mx$; und es ist, vermöge der 6ten Aufgabe, $s; S = nx - mx^2 : n + mx^2$; folglich $sn + smx^2 = Snx - Smx^2$, und wenn smx^2 auf beyden Seiten subtrahirt wird, $sn = Snx - Smx^2 - smx^2$ folglich $- sn = - Snx + Smx^2 + smx^2$, oder, wenn man mit $Sm + sm$ dividiret, $-\frac{sn}{Sm+sm} = -\frac{Snx}{Sm+sm} + x^2$; und wenn ich zu Ergänzung des Quadrats, $\frac{S^2n^2}{4(Sm+sm)^2}$ addire: $-\frac{sn}{Sm+sm} + \frac{S^2n^2}{4(Sm+sm)^2} = x^2 - \frac{Snx}{Sm+sm} - \frac{S^2n^2}{4(Sm+sm)^2}$. woraus endlich durch Extrahirung der Wurzel gefunden wird $x - \frac{Sn}{2(Sm+sm)} = \sqrt{-\frac{sn}{Sm+sm} + \frac{S^2n^2}{4(Sm+sm)^2}}$ also daß der Abstand der aufzuhebenden Schwere gleich $\sqrt{-\frac{sn}{Sm+sm} + \frac{S^2n^2}{4(Sm+sm)^2}} + \frac{Sn}{2(Sm+sm)} = X$ folglich der Raum, durch welchen die niedergehende Schwere in des fällt, indem sie die andere, durch den Raum s, aufhebet, gleich $\frac{s}{x} = s : \left(\sqrt{-\frac{sn}{Sm+sm} + \frac{S^2n^2}{4(Sm+sm)^2}} + \frac{Sn}{2(Sm+sm)}\right.$

Z. E.

Z. E. Es sollen 68 Pf. durch 284 Pf. in 20 Secunden 220 Fuß hoch aufgehoben worden. Es fragt sich, was beyde gegen einander vor einen Abstand haben, und wie tief solche 284 Pf. fallen müssen, wenn sie jene verlangter maßen in die Höhe heben solle. Hier ist 12 = 284, m = 68, s = 220, und S der Raum des freyen Falles in 20 Secunden = 6000 und es heist also: X =

$$\sqrt{-\frac{sn}{Sm+sm}+\frac{S^2n^2}{4(Sm+sm)^2}}+\frac{Sn}{2(Sm+sm)}$$

$$+\sqrt{-\frac{64480}{422960}+\frac{725904000000}{178895161600}}-\frac{852000}{422960}$$

= 4 bey nahe, daher der Raum der niedergehenden Schwere, der gleich $\frac{s}{x}$, gefunden wird = $\frac{220}{4}$ = 55 Fuß.

Anmerkung.

§. 31. Sind die Schweren beyde gleich, so ist m = n, und es heist alsdenn x =

$$\sqrt{-\frac{s}{S+s}+\frac{S2}{4(S+s)^2}}+\frac{S}{2(S+s)}$$ folglich $\frac{s}{x}$ = s:

$$\left(\sqrt{-\frac{s}{S+s}+\frac{S^2}{4(S+s)^2}}+\frac{S}{2(S+s)}\right)$$

Z. E. Es sind an einen ungleichärmigen Hebel gleiche Schweren applicirt, und es soll die an den kürzern Arme in 20 Secunden 300 Fuß hoch aufgehoben werden. Es fragt sich wie weit die am längern Arme abstehen, und wie tief sie fallen muß, damit jene, in der gegebenen Zeit, auf die gegebene Höhe aufgehoben wird.

Hier

Hier ist S der Raum des freyen Falles in 20 Secunden = 6000 Fuß, die gegebene Höhe, auf welche die an den kürzern Arme gehoben werden soll, ist = 3000 Fuß = s, und es wird daher X gefunden = $\sqrt{-\frac{300}{6300}+\frac{9000000}{39690000}+\frac{3000}{6300}}$ $= \frac{5666}{6300} = \frac{9}{10}$ u. der Raum, durch den die Schweren an dem längern Arme fällt, in dem sie die an dem kürzern auf die gegebene Höhe aufhebet, ist $= \frac{s}{x} = \frac{10}{9}\, s = 333$ Fuß.

Versuche.

§. 32.

Die nur gegebenen Regeln mit der Erfahrung zu verbinden, so habe ich im Jahre 1746. auf den pohlnischen Salzgruben Wieliczka, in dem Schachte Mirow genannt folgende Versuche angestellt und die Zeit, in welcher eine Schwere durch die andere vermittelst Schnür und Rolle auf eine gewisse Höhe aufgehoben worden, nach Secunden bemerket.

Gedachter Schacht Mirow war von Tage hinein einer der andern Schächte, von Tage bis auf den Schacht war Teufe 240, und bis unter den Schacht 460 pariser Fuß; mithin der Schacht an sich 220 Fuß, und erwehlte ich selbigen vor

den Tageschächten, aus der Ursache, weil die Luft darinne stiller war, als sie in jenen zu seyn pfleget.

Die Schnur so ich darzu gebrauchte, war von weißen Zwirn 4drähtig geflochten, 446 Fuß lang, und wog gleich 8 Loth.

Die Rolle war von harten Holz, im Diameter $2\frac{1}{6}$ Zoll, hatte eine stählerne Axe, im Diameter $\frac{1}{12}$ Zoll, und wog 1 Loth $1\frac{1}{2}$ Quentchen.

Die Zapfenlager waren von Horne, so vorher etwas geröstet worden, und die Gewichte beyde Cylinderförmig, 4 Zoll lang, innwendig hohl und wogen jedes 2 Pf. Cöllnisch.

Damit aber immer auf beyden Seiten gleich viel Schnur seyn möchte, so gieng selbige unten durch das eine Gewicht hindurch, und war wieder an den Boden des andern, angehengt, wie in der Figur vorgestellt ist.

Es hiengen also auf auf jeder Seite, 64 Loth Gewichte und 4 Loth Schnüre, zusammen 68 Loth, worzu ich, auf Seiten der niedergehenden Schwere, 1 Loth, vor die Friction zugeleget, und über das wie in beygesetzter Tabelle folget, die Ueberwucht, von $\frac{1}{2}$ bis 3 Loth, indem ich inzwischen die Rolle, mit einem Bramse angehalten, und nachhero, von Loslassung derselben, die Zeit zu rechnen angefangen, worzu ich mich eines Penduls bedienet, das aus einer bleyernen Kugel, $1\frac{1}{2}$ Loth schwer bestanden, welche Kugel, damit sie immer in einem Plano bleiben möchte, an zween seidenen Fäden aufgehengt war, wie abermals aus der Figur zu ersehen. Da denn die Versuche ausfielen:

Nehm=

Nehmlich es wurden 68 Loth, durch 68 Loth, plus 1 Loth vor die Friction gerechnet, bey nebengesetzter Ueberwucht, aufgehoben.

	auf 54 Fuß.			auf 216 Fuß.		
Ueberwucht.	1 Versuch.	2 Versuch.	Nach der Rechnung.	1 Versuch	2 Versuch.	nach der Rechnung.
Loth	in Secunden.			Secunden.		
bey ½	31	30	31	68	70	63
1	23	22	22	48	49	44
1½	18	19	18	38	39	36
2	15	16	15	34	34	31
2½	14	14	14	30	31	28
3	13	12	12	27	28	25

Die Schnur war bey 54 Fuß ein Fleck roth gefärbt, und konnte also, in einem Experimente, die Zeit vor zweyerley Höhen bemerkt werden.

Wie es aber gekommen, daß bey der vierfachen Höhe die Experimente nicht so genau mit der Rechnung übereintreffen, davon mag vielleicht die Ursache diese seyn.

Ungeachtet, daß die Schnur geflochten war, so geschahe es zuweilen doch, daß selbige, sonderlich bey sehr geschwinder Bewegung, unten zusammen lief.

Dieses nun zu verhindern, so wurde unter den Schacht ein glatt gehobelter Stab, zwischen

die

die Schnur gehalten, und kann es wohl seyn, daß dadurch, sonderlich wenn man etwa die Schnur ganz unten, wo sie sich gewendet, mit dem Stabe angerühret, die Bewegung in etwas aufgehalten worden, wiewohl es auch möglich ist, daß dabey schon die Gesetze der Acceleration, wegen Resistence der Luft, einigermaßen turbiret worden, und daß deshalb die Bewegung länger gedauret, als es der Rechnung nach seyn sollen;

§. 33. Das andere Experiment, so ich, ratione des ungleichen Abstandes, angestellt, war folgendes:

Ich erwählte nämlich die Verhältnis des Raumes wie 1 : 4, und bediente mich zweyer Flaschen, jede mit zwey Rollen, welche, wie sie applicirt gewesen, und man aus der Figur mit mehrern ersehen kann.

Gedachte Rollen hatten, wie bey vorigem Experimente, stählerne Axen, im Diameter $\frac{1}{12}$ Zoll, die Löcher aber, worinnen sie liefen, waren mit Meßing gefüttert.

Die kleinern wogen jede 1 Loth, 1 ½ Quentgen; die größern aber bis 2 ½ Loth.

Die Gewichte waren Cylinderförmig, das kleinere 4, und das größere bis 7 Zoll lang, und wog das eine gleich 2 Pf., und das andere 7 Pf. 20 ¾ Loth; die Flasche aber, woran dieses angehengt war, wog mit den Rollen 11 ¼ Loth; und war übrigens die Schnur nebst dem Pendul eben wie in vorhergehenden.

Damit

Damit aber, sonderlich auf der Seite des kleinern Gewichtes immer gleich viel Schnur sich befinden möchte, so gieng selbige wieder durch den Boden desselben Gewichtes hindurch, und hieng also frey bis zur Sohle des Schachtes nieder, da sie sich denn hernach, wenn das Gewichte nieder gieng, auf einen Haufen zusammen legte.

Es hiengen also auf der einen Seite 64 Loth Gewichte, und 4 Loth Schnure, zusammen 68 Loth, auf der andern aber, wo ich die Schwere der Schnur nicht gerechnet, hienge die Flasche, mit 2 Rollen, 11 $\frac{1}{4}$ Loth, und an Gewichte 260 $\frac{3}{4}$ Loth, zusammen 272 Loth, und wurde dazu, wenn das erste Gewichte nieder gieng, vor die Friction, zu gelegt, 2 $\frac{7}{8}$ Loth, und wenn das andere nieder gieng, 8 und $\frac{5}{8}$ Loth.

Da denn hernach bey zugelegter verschiedener Ueberwucht, die Bewegung also erfolgte.

Nehmlich es wurden 272 Loth, mit 68 Loth, plus 2 $\frac{7}{8}$ Loth, vor die Friction gerechnet, bey nachstehender Ueberwucht, auf 55 Fuß, aufgehoben.

Ueberwucht bey Loth		1. Versuch	2. Versuch	nach der Rechnung
		Secunden		
$\frac{1}{2}$		47	46	50 +
1		34	34	35 $\frac{1}{2}$
1 $\frac{1}{2}$	in	29	29	29 .
2		25	25	25 +
2 $\frac{1}{2}$		23	23	22 $\frac{1}{2}$
3		21	21	20 $\frac{1}{2}$

Das

Das andere macht aber, da die niedergehende Schwere nur den vierten Theil so tief fiel, als hoch die andere zu steigen hatte, wurden 68 Loth, durch 272 Loth plus (vor die Friction gerechnet) $8\frac{5}{8}$ Loth, bey nachstehender Ueberwucht, auf 220 Fuß aufgehoben.

	Ueberwucht.		1 Versuch.	2 Versuch.	nach der Rechnung.
	Loth.		Secunden.		
bey	2		48	46	50−
	4		34	34	35+
	6	in	28	28	29−
	8		25	25	25.
	10		22	22	22+
	12		20	—	20+

Ich meyne alle diese Versuche stimmen genau genug mit der Rechnung überein; nur möchte vielleicht dabey gefragt werden, wie ich darzu gekommen, daß ich die Friction gefunden, um nun zum voraus zu antworten, so will ich sagen, wornach ich selbige in allen dreyen Versuchen angenommen.

Erstlich machte ich den Versuch in der Stube, auf eine Höhe von etlichen Fuß, damit ich nur ungefähr gewahr würde, wie viel ich auf einer Seite über die Balance zu legen konnte, ehe eine Bewegung erfolgte.

So

Sodann nahm ich eine Schwere, so viel als ich vor die Ueberwucht zu brauchen gedachte an, wie hier in dem letzten Versuche 12 Loth, und rechnete darauf, wie viel es auf die Höhe, 22 Fuß, Zeit erfordern würde.

Wie ich nun den Versuch in den Gruben selbst anstellte, so legte ich auf Seiten der niedergehenden Schwere so viel Gewichte zu, bis daß die Bewegung in eben der Zeit geschahe, wie sie dem Calculo nach vor 12 Loth Ueberwucht geschehen sollte, welches in allen $20\frac{5}{8}$ Loth betrug; davon zog ich alsdenn 12 Loth als die wirkliche Ueberwucht, ab, und so viel der Ueberrest ausmachte, so viel nämlich $8\frac{5}{8}$ Loth rechnete, ich müsse durch den ganzen Versuch vor die Friction angewendet werden, und ich fand auch hernach, daß bey $\frac{5}{8}$ Loth allein noch keine fortdaurende Bewegung erfolgte. Bey den übrigen Versuchen bin ich auf gleiche Weise verfahren.

§. 34. Ueberhaupt nun von Application dieser Theorie etwas zu sagen, so ist selbige nöthig.

I. Wenn man urtheilen will, was mit einer gewissen Kraft, in einer gewissen Zeit, auszurichten möglich.

Denn, wenn ich weiter nichts weiß, als das Aequilibrium, so weiß ich von dem möglichen Effecte noch gar nichts; sondern ich weiß nur so viel, daß es dabey balanciren muß; ich will nicht sagen, daß das, was man hier nach heraus bringt, uns ohne Einschränkung möglich sey; es ist mir bekannt, was die Friction dabey thut; so viel aber

kann

kann doch nicht geleugnet werden, daß es möglich ist, und zu dem so ist es auch das nicht allein, sondern es hat bey dem Maschinenwesen, in Ansehung des rechten Gebrauchs der Kräfte, sonst noch seinen Nutzen, wenn man weiß, wie sich die Wirkung einer Kraft an die Zeit bindet, jede Kraft hat nämlich eine gewisse determinirte Geschwindigkeit, mit welcher sie sich bewegt, und vermöge deren sie, in einer gewissen Zeit durch einen gewissen Raum gehen kann, wenn sie ganz frey ist, und ohne daß sie in einen andern Körper agirt; sie kann aber denselben Raum nicht, in dergleichen Zeit, absolviren, wenn sie an der Maschine applicirt ist, und mittelst selbiger in einer Last agiren soll, sie müßte denn selbige wie §. 12 und 22 erinnert worden, unendlich überwiegen; sondern jemehr sie in die Last zu arbeiten hat, je kleiner ist der Raum, den sie währender Bewegung derselben zurück leget; und umgekehrt, je größer der Raum derselben ist, je weniger hat sie Vermögen in die Last zu arbeiten. Daß aber darinnen gefehlt wird, davon sind mir Exempel bekannt; und ich weiß, daß mit vielen Kosten große unterschlächtige Wasser-Räder angelegt worden, und daß man sich dabey eingebildet, es müßte durch die Größe des Rades, die Last der Kraft leichter gemacht werden, da ich doch gewiß versichert bin, daß es nur allein aus dem Grunde besser seyn würde, ein klein oberschlächtiges zu gebrauchen. Zugeschweigen was sonst dabey der Sache nachtheilig ist.

§. 35.

§. 35. II. Hat man die Ueberwucht zum Voraus zu wissen nöthig, wenn man von der Friction etwas sicheres bestimmen will. Selbige wird zwar durch verschiedene Mittel bey den Machinen vermindert, aber niemahlen gänzlich aufgehoben, und es läßt sich auch, weil sie meist von der Materie abhänget, a priori davon nicht viel sagen, sondern man muß sich dabey einzig und allein auf den Versuch gründen; weil aber solche Versuche ohne wirkliche Bewegung, mithin auch ohne Ueberwucht nicht geschehen können; so ist wohl der Schluß daraus, woferne man nicht von der Uberwucht zum voraus zu judiciren weiß, auch nicht der sicherste, und es *bleibt allemal falsch*, wenn es heißt; daß, wenn bey der gemeinen Wage beyde Schaalen gleich belästiget würden, und man auf eine Seite noch so viel zulegte, als die Friction an den Warzen erforderte, diese sogleich zu sinken anfienge, und die andere dadurch in die Höhe gehoben würde.

Denn, wie die Last der Bewegung der Kraft wiederstehet, eben so wiedersteht ihr auch die Friction, und es ist in Ansehung der darauf zu rechnenden Kraft, eben so gut, ob man mehr Last zu gewältigen hätte.

Wäre es nun bekannt, wie viel es eigentlich ausmacht, und man legte auf Seiten der Kraft, noch so viel zu, so würde daher noch keine Bewegung erfolgen, sondern die Machine stünde so zu sagen alsdenn erst recht im Aequilibrio, indem sie mit Last und Friction die Balance halten würde.

Mithin, wenn wirklich eine Bewegung erfolget, so ist nothwendig schon eine gewisse Ueberwucht dabey mit begriffen; und ich kann also nicht alles auf die Friction rechnen, sondern muß, wenn ich davon urtheilen will, erstlich wissen, was die erfolgte Bewegung vor eine Geschwindigkeit hat, und was zu solcher Geschwindigkeit vor eine Ueberwucht ange-wendet werden muß.

Z. E. In oben angeführten Experimenten, vom gleichen Abstande, hängen auf jeder Seite, 68 Loth, lege ich nun darzu auf einer Seite noch $3\frac{1}{2}$ Loth, so erfolgt die Bewegung dergestallt, daß die gegenüber stehende 68 Loth, in 14 Secunden, 54 Fuß hoch gehoben werden; ich kann aber die $3\frac{1}{2}$ Loth, nicht ganz auf die Friction rechnen, sondern ich muß erstlich davon $2\frac{1}{2}$ Loth vor die Ueberwucht die zu gedachter Geschwindigkeit erforderlich ist, abziehen, da denn vor die Friction nur 1 Loth übrig bleibet.

§. 36. III. Hat man diese Theorie auch vornämlich nöthig, wenn von den Machinen selbst gefragt wird, ob eine gleich vortheilhaft wie die andere, oder ob, und wie weit eine besser zu gebrauchen, als die andere? denn im Aequilibrio, oder Wage rechten Stande, sind die Machinen alle gleich gut, und hat keine vor der andern den geringsten Vorzug; bey der wirklichen Bewegung aber kann sich zuweilen gar ein notabler Unterschied ereignen.

Es ist daher, in der Absicht, das vortheilhafteste bey den Machinen zu bestimmen, allbereit von andern

andern die Frage untersucht werden: Wenn zwey Schweren gegeben werden, zu finden, in was vor einem Abstande eine, gegen die andere, applicirt werden muß, damit die eine, durch die andere, mit der größten möglichen Geschwindigkeit, aufgehoben wird.

Diese Frage läßt sich aus dem §. 28. beantworten. Es ist nämlich nach selbigem der Raum, der aufzuhebenden Schwere $= sx$, und $sx : S = nx - mx^2 : n + mx^2$ folglich $sx = \frac{Snx - Smx^2}{n + mx^2}$

Setze ich nun das differentiale von $\frac{Snx - Smx^2}{n + mx^2}$, das gleich $\frac{Sn^2dx - Snmx^2dx - 2Smdx}{(n + mx^2)^2}$ gleich Null, so ist $Sn^2 = 2Snmx + Snmx^2$ daher der Werth von x gefunden wird gleich $\sqrt{\frac{n}{m} + 1} - 1$ und die Verhältniß zwischen den Abstande der niedergehenden Schwere, zu dem Abstande der aufgehobenen ist wie $1 : \sqrt{\frac{n}{m} + 1} - 1$.

Allein es ist aus der gegenwärtigen expreßion, weil die Größen S und s nicht darein kommen, schon abzunehmen, daß solche Aufgabe sich weder an die Zeit noch an den Raum der niedergehenden Schwere bindet, und daß daher der vortheilhafteste Gebrauch der Machinen nicht pur von der größten möglichen Geschwindigkeit der Last abhangen kann.

Denn, wenn die Frage ist, wie an einer Maschine Kraft und Last gegeneinander applicirt werden müssen, wenn man den größten möglichen Nutzen daher erhalten will, so ist es nicht genung nur nach der Geschwindigkeit zu fragen, und den Punct zu weisen, in welchem die Last am geschwindesten bewegt wird; sondern man hat auch dabey auf den Raum zu sehen, den die Kraft inzwischen zurück leget, und die Aufgabe müßte daher so heißen:

Wenn eine gegebene Kraft, in einer gegebenen Zeit, und indem sie eine gegebene Last aufhebet, einen gegebenen Raum zu gehen hat, den Punkt zu finden, wo die gegebene Last applicirt werden muß, damit sie am geschwindesten bewegt wird, und den größten möglichen Raum in der gegebenen Zeit zurückleget.

Weil aber, wenn die Kraft, die Last, die Zeit, und der Raum der Kraft gegeben sind, der Punct in welchen die Last applicirt seyn muß, und mithin auch der Raum, durch welchen sie in der gegebenen Zeit, und indem die Kraft den gegebenen Raum zurück leget, bewegt werden kann, nach dem §. 28. schon völlig determinirt ist, so geht es auch nicht an, auf die Weise nach dem Vortheilhaftesten zu fragen. Sondern es muß beydes, so wohl die Entfernung der Last, als auch die Last selbst freywillig seyn, und die Frage muß, wenn ich das Vortheilhafteste bey der Maschine bestimmen will, so heißen:

Wenn

Wenn die Kraft, und der Raum, durch welchen sie sich, in einer gegebenen Zeit bewegt, indem sie eine Last aufhebt, gegeben sind, die Last zu finden die dagegen appliciret werden kann, und den Ort oder die Entfernung in welcher sie applicirt werden muß, damit das Factum aus der Last, in den Raum, durch welchen sie bewegt wird, unter allen das größte ist. Denn, wenn bey einer Maschine, wovon man weiß, was vor eine Kraft dabey angewendet wird, und wie weit sothane Kraft geht, die Frage ist: was sie würkt, so will man wissen, wie groß die Last ist, die sie aufzuheben hat, und wie hoch selbige gehoben wird; und man beurtheilt die Güte der Machine aus der Verhältniß zwischen dem Facto aus der Kraft in der Kraft ihren Raum, und dem Facto aus der Last in der Last ihren Raum. Und die Machine bey welcher das letztere Factum dem erstern am nächsten kommt, ist ohnstreitig unter allen die Vollkommenste.

Allein auch damit würde man den Zweck noch nicht erlangen, es wäre denn, daß man dasjenige mit in Betrachtung ziehen wollte, was etwa die Machine der Friction wegen, die bey Vermehrung oder Verminderung der Last größer oder kleiner werden könnte, erfordert. Denn wenn man bloß auf Kraft und Last siehet, so leidet sothanes Factum, aus der Last, in den Raum derselben kein maximum, sondern es wird immer größer, und kommt den Facto, aus der Kraft, in den Raum derselben, immer näher, je näher man mit der Last (welche alsdenn auch immer größer

wird,) zum Centro zukommt. Es wird aber selbigem niemalen gleich, ja es hat, welches etwas besonderes, eine gewisse Verhältniß, zu welcher es niemalen kommen kann; dergestalt, daß wenn auch die Last unendlich groß, und unendlich nahe beym Centro applicirt wäre, so kann das Factum daraus, in den Raum, doch niemalen so groß werden, daß es zu dem Facto, aus der Kraft, in den Raum derselben, sich so verhielte, als wie sich verhält die difference zwischen den Raum den die Kraft freyfallend zurücklegen würde, und den Raum den sie wehrender Bewegung der Last würcklich zurückleget, zu den Raum des freyen Falles; sondern es bleibt gegen das Factum, aus der Kraft in den Raum derselben, gerechnet, allemal kleiner, als die gedachte Difference, zwischen den freyen Fall, und den gegebenen Raum, gegen den freyen Fall selbst, welches alles aus den §. 28. gar leichte erweißlich zu machen.

Was also den größten möglichen Vortheil, den man von einer gegebenen Kraft haben kann, anlanget, selbiger steht bey den Maschinen niemalen zu erhalten, sondern man muß dabey mit dem zufrieden seyn, was die Umstände erlauben. So viel aber ist, als eine richtige Regel, daher zu erweisen: daß man allemal mehr Vortheil erhält, jemehr man die Last dem Centro nähert, und daß hinfolglich überhaupt in allen Maschinen, es mag die Structur derselben beschaffen seyn, wie sie will, es ist besser, wenn man mit einer Kraft eine größere Last langsam aufhebt, als wenn man mit

eben derselben Kraft, eine kleinere Last, mit einer größern Geschwindigkeit zu bewegen vornimmt.

So wenn ich setze, man hätte eine Kraft oder Schwere von 1000 Pfund, die in 10 Secunden 100 Fuß zu fallen hätte, und ich gebe selbiger einmal eine Last von 100 Pf., und das andere mal eine von 10000 Pf. aufzuheben, so wird damit zwar die erstere ungleich höher gehoben werden, als die andere; der wahre Effect aber, den ich aus den Facto, aus der Last, in den Raum derselben, beurtheilen muß, wird bey den letztern doch größer seyn, als bey den erstern.

Denn im ersten Fall wird nach den §. 28. der Abstand der Last, zu dem Abstande der Kraft, seyn wie $6\frac{1}{2}$ zu 1. und der Raum, auf welchen die Last aufgehoben wird, wird daher seyn gleich 650 Fuß; folglich das Factum aus sothanen Raum in die Last selbst gleich 65000., im andern Fall aber wird der Abstand der Last, zu dem Abstande der Kraft seyn, wie $\frac{94}{1000}$ zu 1. und der Raum auf welchen die Last gehoben wird, wird seyn gleich $\frac{94}{10}$ Fuß, folglich das Factum daraus in die Last selbst gleich 94000. also daß man bey nahe noch halb so viel damit ausrichten würde als mit den ersten.

Von der Ueberwucht der Maschinen wegen.

§. 37.

Im vorhergehenden habe ich gewiesen, wie viel Ueberwucht angewendet werden müsse, wenn eine gewisse Last, mit einer gewissen Geschwindigkeit, aufgehoben werden soll; ohne dabey auf die Maschine selbst, mittelst welcher die Bewegung geschiehet, Absicht zu haben; da ich denn deswegen auch, bey den darüber angestellten Versuchen, die Rollen, so dabey gebraucht worden, so viel möglich schwach und leichte gemacht, nur damit dadurch die eigentliche Bewegung nicht merklich alteriret werden möchte.

Weil aber dieses im großen nicht angeht; da zuweilen der Zeug schwerer werden muß, als die Last selber ist, die man eigentlich aufzuheben hat, so ist auch nöthig zu wissen, wie viel Kraft darzu gehöre, wenn man die bloße Maschine mit einer gewissen Geschwindigkeit bewegen will.

Denn von selbst bewegt sich die Materie weiter nach keiner Direction, als nach derjenigen, nach welcher sie von der natürlichen Gravität angetrieben wird. Mithin so wenig eine Last ohne Ueberwucht aufgehoben werden kann, eben so wenig

nig mag auch eine Maschine, als deren Theile alle unter einander im Aequilibrio stehen, in Bewegung kommen, ohne daß sie äusserlich von einer gewissen Kraft angegriffen wird. Ja es ist noch nicht genug die Materie in Bewegung gesetzt zu haben, sondern es muß auch eine Kraft da seyn, um selbige darinnen zu erhalten; Wenn die Materie in den Theilen der Maschine nicht eben so wohl von der Gravität animirt würde, als die in den überwiegenden Theile, so würde es richtig seyn, man würde bloß darzu eine Kraft nöthig haben um selbige in Bewegung zu bringen; allein so ist es das Gegentheil, und es ist nicht allein die äusserliche Resistence, die der Bewegung contrár ist, sondern die Gravität, welche in den überwiegenden Theile macht, daß die ganze Masse in Bewegung kommt, eben dieselbe verursachet auch in den balancirenden Theilen, daß sie so bald als die Action des überwiegenden Theiles nachlässet, den Stand der Ruhe suchen, und daß hinfolglich die Bewegung nach und nach aufhören muß. Wie viel es aber seyn müsse, selbiges ist eine Frage darüber ich die Antwort, von größern Theoriticis hören möchte. So viel weiß ich daß es was weniges ist, ich kann mich aber aus verschiedenen Versuchen, so ich deshalb angestellet, nicht überreden, zu glauben, daß es in allen Fällen gleich viel seyn, und daß eine gewisse determinirte Geschwindigkeit, durch eine jede Kraft, sie sey so, klein als sie wolle, wenn sie nur Zeit genug hätte zu agiren, sollte hervorgebracht werden können.

Sondern ich denke vielmehr das Gegentheil darinne zu finden. Ich will gegenwärtig einen von sothanen Versuchen kürzlich communiciren, vielleicht dient es in andern Untersuchungen daraus was zu folgern.

Versuch über die Bewegung der Schwung-Räder.

angestellt

Kösen, im Monat Julii, 1748.

An einen Laufwerk, mit vier Rädern, applicirte man, statt des gewöhnlichen Windfanges, eine bleyerne Scheibe, und bemerkte, wie viel es bey verschiedenen Gewichte Zeit brauchte, ehe die Scheibe einen egalen Schwung bekommen.

Das erste oder Boden-Rad, woran die Walze saß, hatte 72 Zähne, das Trieb worein es griff 12 Stäbe.

Das zweyte Rad hatte 64 Zähne, das Trieb worein es griff 8 Stäbe.

Das dritte Rad hatte 56 Zähne, das Trieb worein es griff 8 Stäbe, und das vierdte, oder Cronen-Rad, hatte 48 Zähne, und das Trieb am Windfange 6 Stäbe. Mithin wenn die Walze oder das erste Rad 1 mahl umgieng, so gieng das andere 6 mahl, das dritte 48 mahl, das vierdte 336. und das Trieb mit der Scheibe 2688 mahl um.

Die

Die Scheibe war 4 Zoll im Diameter, $4\frac{1}{2}$ Linien, Pariser-Maaß Decimalisch getheilt, dicke, und wog 4 Pfund $29\frac{1}{2}$ Loth Cöllnisch. Sie war auf den Zapfen des Triebes gedreht, daß sie, so viel möglich, perfect lief und das ganze Laufwerk, war in allen auch auf das beste gemacht.

Der Raum des niedergehenden Gewichtes, das auf der Walze hieng, war bey einer Umwendung der Walze $1\frac{14}{100}$ Fuß, und folglich vor 6 Umwendungen, so weit als man den Versuch gemacht, $6\frac{84}{100}$ Fuß Pariser-Maaß.

Damit die Geschwindigkeit, wie sie nach und nach zugenommen, desto genauer bemerkt werden möchte, so observirte man, wie viel Zeit auf jede halbe Umwendung des Zeiger-Rades aufgieng. Es war nämlich, zu dem Ende, zur Seite des Laufwerks, eine kleine Glocke angebracht, und an des andern Rades Welle war ein doppelter Zeiger, welcher den Hammer zur Glocke, bey jeder halben Umwendung desselben Rades, aufhob, und wieder fallen lies; und man bemerkte an einer guten Secunden-Uhr, welche mit dem Gewichte am Laufwerk zugleich loß gelassen wurde, wo der Zeiger derselben, bey jeden Schlage der Glocke gestanden. Wornach denn der ganze Versuch folgender: nämlich es dauerte, wenn nachgesetzte Gewichte auf der Walze hiengen jeder halber Umgang derselben, oder jegliche 6 halbe Umwendungen des andern Rades der Ordnung nach, wie folget.

halbe Umwendung der Walze	bey 15 ℔	20 ℔	25 ℔	30 ℔
	Secunden			
1	385	294	241	213
2	163	125	104	93
3	122	98	87	75
4	117	87	75	64
5	109	78	66	56
6	105	71	61	52
7	103	67	56	49
8	102	63	54	46
9	100	60	50	45
10	101	58	48	43
11	100	56	47	41
12	99	55	46	43

Mir deucht, daher es seyn diejenigen noch weit davon, die den Rath geben überall, wo es sich nur thun ließe, Schwung-Räder anzubringen; und sich einbilden, daß durch selbige, bey Bewegung einer Last, einiger Vortheil erhalten werden könnte.

Der Schwung ist gut, wenn er genugsam Geschwindigkeit hat, eine Maschine in gleichen Gange zu erhalten, allein in der Kraft gewinnt man dadurch nicht das geringste, sondern muß eher noch Kräfte darauf anwenden, die man sonst anzuwenden Umgang haben könnte.

Es

Es ist ganz sicher, das kleineste Rad in einer Uhr, kann so wenig ohne eine gewisse Kraft umgetrieben werden, als der größte Mühlstein, und was von diesen gilt, eben das kann auch von dem geringsten Theile einer jeden Maschine gesagt werden.

Diese Kraft aber ausfindig zu machen, so ereignen sich bey denen Maschinen zweyerley Fälle, nämlich es gehen entweder die Theile der Maschine beständig einen Weg fort, wie z. E. die Wasserräder, oder es alternirt die Bewegung derselben dergestalt, daß sie einmal diesen; und das anderemal den gegen gesetzten Weg nehmen, wie etwa die Feld und Schacht Gestäuge bey den Kunstgezeugen thun.

Was den erstern Fall anlangt, der eigentlich hieher nicht gehört, weil aus den hier gegebenen Principiis, auf die Art, nicht darauf geschlossen werden kann; so hat man sich darüber nicht sehr zu bekümmern: indem, wenn sonst die Maschine gut gemacht ist, sothane Bewegung, wie zuvor schon gesagt, und wie ich aus sichern Erfahrungen im großen weiß, da ich versucht, was ein oberschlächtig Wasserrad, das bey 20. Ellen hoch, heben wollen, wenn es ledig mit einer gewissen Geschwindigkeit umgegangen, weniger Kraft erfordert, als man es sich wohl einbildet.

In den andern aber ist es anders, und es können sich dabey, sonderlich wenn die Bewegung in dergleichen Theilen sehr geschwinde seyn muß, solche Fälle ereignen, da man gewiß eine ansehnliche

liche Kraft darauf verwenden muß. Das aller-nachtheiligste und schlimmste aber dabey ist, wenn es solche Theile in der Maschine hat, die mit einen jählingen Motu anfangen.

Es hat daher bey denen Wasserwerken, das Rad, weil es beständig einen Weg fortgehet, vor allen andern Maschinen, sie mögen erdacht werden, wie sie wollen, einen ansehnlichen Vorzug, und der Krumzapfen ist um deswillen gut, weil dadurch, nicht allein das daran hangende Gestänge, sondern auch selbst die Last, allemal eine solche Bewegung bekommt, die von der Ruhe an sachte anfängt, und also der Materie am natürlichsten ist, nur gehört darzu, daß man dahin sehen muß, daß ein solches Rad, so viel möglich, nicht gar zu ungleiche Arbeit bekommt; denn außerdem wird auch die Geschwindigkeit desselben ungleich, und es kann nicht anders seyn, man muß hernach bey der Acceleration desselben, wieder von den Vortheil verlieren, den man sonst durch den egalen Motum erhalten könnte.

Allein daran fehlt es bey den Krum-Zapfen, weil die Momenta der Last allzu ungleich sind, wie ich angemerkt, insgemein noch gar sehr, besonders wenn die Räder nicht voll auf Wasser haben, daß sie geschwinde genung umgehen, da doch selbigen, in gewissen Fällen, auf eine leichte Weise geholfen werden könnte, wenn man nur die Krum-Zapfen, wo selbige vermittelst eines Kreutzes oder Hebels arbeiten, und zugleich wechselsweise ziehen und schieben, nicht, wie gewöhnlich einander ge-

rade

rade gegen über setzte, sondern, so, daß der Arm des einen, mit dem Arme des andern einen rechten Winkel machte, als wodurch man nicht allein eine egalere Bewegung erhalten, sondern auch ein ansehnliches von der Kraft menagiren würde. Denn wenn die Krum-Zapfen wie ordinair gesetzt sind, und ich rechne die Last, die an einen Arme eines Kreutzes hengt, vor 1, so ist das eine Extremum, wenn die Zapfen im horizontalen Stande sind, gleich Null; indem das Rad auf dem Puncte gar nichts zu arbeiten hat; und das andere Extremum, wenn die Zapfen im verticalen Stande, ist gleich 2: indem das Rad auf dem Puncte, an jeden Kreuze, in die volle Last 1 arbeiten muß. Stehen sie aber, wie gedacht, recht winklicht gegen einander, so ist das eine Extremum, wenn der eine vertical, und der andere horizontal steht, jedesmahl gleich 1; indem das Rad, in der Stellung, nur an einem Kreutze, in die Last 1 arbeitet, und das andere Extremum, wenn sie auf der Helfte, zwischen den verticalen und den horizontalen Stande sind, ist gleich $\sqrt{2} = 1\frac{4}{10}$, indem zwar das Rad, in der Stellung, an jeden Kreuze in die Last 1 arbeitet, solche Last aber nicht die ganze Höhe des Krum-Zapfens, sondern nur die halbe Seite des Quadrats, das in den Zirkel, den die Warze am Krum-Zapfen macht, eingeschrieben wird, zum Abstande hat, mithin wenn ich auf die gemeine Weise, in dem einen Extremo eine Kraft haben muß, wie 2, so kann ich auf die Weise mit einer Kraft, wie $\sqrt{2}$, das ist: wie

$1\frac{4}{10}$ auskommen, und wenn dorten das Rad in zweyen Puncten gegen die Last null, und in zweyen, gegen die Last 2 arbeitet, so hat es hier, an vier Orten, in jeden vor eine Last wie 1. und an vier Orten, in jeden vor eine Last wie $\sqrt{2}$ zu arbeiten, welches nothwendig eine leichtere und egalere Bewegung machen muß, als sie auf die ordinaire Weise ist.

Damit ich mich aber wieder zu gegenwärtiger Materie halte, so kommen bey den Maschinen hauptsächlich viererley Theile zu betrachten vor. Nämlich es giebt 1. welche, da die Masse oder Materie in einen Puncte beysammen, dergleichen sind die Schacht- und Feld-Gestäuge, bey den Kunstzeugen. Es giebt 2. welche, da die Materie, wie in einen geraden Stabe, durchaus gleich vertheilt ist, wie etwa bey den Hebel, oder gemeinen Wage. Es giebt 3. welche, da die Materie, wie in einem Cirkel, oder Ring, in einer gewissen Entfernung um den Punct herum liegt, um welchen sich die Maschine bewegt, wie man etwa an einen Wasserrade den Cranz mit den Schaufeln so ansehen kann, und es giebt 4. auch welche, da sie als eine ganze Scheibe um das Centrum Motus herum lieget, wie man dergleichen an dem Mühlsteine hat.

Wie nun alle diese Fälle zu betrachten, und wie von einen jeden ins besondere zu urtheilen, selbiges soll folgende Aufgabe weisen.

Dreyzehnte Aufgabe.

§. 38. An der Linie *AB*, die als ein Hebel um den Punct *C*, also, daß AC = CB, beweglich, sind applicirt die Schweren *A*, *B*, so mit einander Balance halten. Es soll aber in E, oder e, noch eine andere Schwere E, angebracht, und dadurch der wagerechte Stand zwischen A und B aufgehoben werden. Die Geschwindigkeit von E zu finden, wenn man annimmt, als ob die Schweren A, B und E, jede nur in einen Puncte colligiret wäre.

Es sey AC = CB = b, EC oder eC = 1, A = B = m, E = n, und die natürliche Gravität, = g, und sey ferner der Raum des freyen Falles, in einer gegebenen Zeit = *S*, der Raum aber der Schwere E, in eben der Zeit, = s.

So ist nach der sechsten Aufgabe (§. 17.) die Masse, welche in E gesetzt, eben das thut, was M in A, und M in B thun kann, beydemal = mb^2, und die Gravität, wovon sie animirt werden müßte, heißt vor die eine Schwere M, in A, = $\frac{g}{b}$, und vor die andere in B, = $-\frac{g}{b}$, die aber vor N, in dem Puncte E, bleibt = g.

Nun setze ich, es würden diese drey Massen, mb^2, mb^2 und n, durch eine gemeinschaftliche Gravität, v, animirt, so ist, wie in gedachter Aufgabe $(mb^2.\frac{g}{b}) + (mb^2.-\frac{g}{b}) + ng = 2vmb^2 + nv$. das heißt: (weil $mb^2\frac{g}{b}$ und $-mb^2\frac{g}{b}$ einander destruiren) $ng = 2vmb^2 + nv$ woraus der Werth von v gefunden wird = $\frac{ng}{2mb^2+n}$.

und ich kann, vermöge des §. 4 und 5, sagen: daß s die Geschwindigkeit oder der Raum von E, indem A und B dadurch in Bewegung gebracht werden, zu S der Geschwindigkeit, oder den Raum des freyen Falles sich eben so verhalte, als wie sich verhält $\frac{ng}{2mb^2+n}$ zu g; oder, welches eben das ist, $= n : 2mb^2 + n = s : S$. Woraus, wenn die Zeit der Bewegung gesucht werden soll, gefunden wird $S = \frac{2smb^2 + ns}{n}$. und wenn die Kraft gesucht wird $n = \frac{2smb^2}{S-s}$.

Z. E. Es sey M die Schwere eines Schacht-Gestänges bey einen Kunst-Zeuge, das 100 Lachter tief hebt, und das, mit allen was daran hengt, ungefähr 6000 Pf. schwer seyn mag: weiter so sey CE der Abstand der Kraft $= 1 = 36$ Fuß, und AC, die Entfernung sothanen Kunst-Gestänges vom Centro, sey gleich 3 Fuß $= b = \frac{1}{12}$, wie ungefähr die Verhältniß in den Kunst-Zeugen zu seyn pfleget. Der Raum aber, den die Kraft in E zu gehen hat, sey gleich 36 Fuß $= s$, und die Zeit darzu, gleich 6 Secunden, folglich der Raum des freyen Falles in selbiger gleich 540 Fuß $= S$. So ist $n = \frac{2smb^2}{S-s}$ gleich $\frac{3000}{504} =$ 6; und müssen demnach 6 Pf. in E applicirt seyn, wenn das ledige Gestänge in der gesetzten Zeit, einmal aufgehoben werden soll.

Die-

Dieses macht nun wenig aus, und es ist daher zu ersehen, daß wenn die Bewegung in dergleichen Theilen sehr langsam geschiehet, man dabey eben nichts sonderlichs einbüßet, ich will aber weil ich vorher von den Vorzügen der Wasserräder geredet, noch ein dergleichen Exempel geben, da es etwas beträchtlicheres ausmacht.

Es ist nämlich bekannt, daß einige anstatt der Wasserräder, sogenannte Hebelmaschinen machen wollen; in der Einbildung, es würde damit mehr gethan werden können, als mit dem Wasserrade.

Nun will ich setzen, man machte dergleichen Maschine, mit einem Hebel, dessen beyde Arme zusammen, wie in vorhergehenden Exempel angenommen worden, 72 Fuß lang, so wird an einen jedem Arme, in den Extremo desselben, ein Gefäß seyn müssen, worein das Wasser fällt, das den Hebel bewegen soll. Dieses Gefäß wird, wo man anders den ganzen Fall des Wassers nutzen will, ziemlich flach seyn müssen: Es wird, wenn ich auch nur der Balance, mit der Last nachgehe, etliche und 20 Cub. Fuß Wasser fassen müssen; es wird gut und feste an den Hebel wollen angehängt seyn; und es wird daher so gar leichte nicht gemacht werden können.

Ich will also setzen, es wäre mit der Befestigung, in allen 700 Pf. = m, das übrige soll alles seyn, wie in vorhergehenden Exempel, ausgenommen daß hier b, weil die Kraft n, mit m, in einen Puncte zu hangen kommt, gleich 1; so ist $n = \frac{2msb^2}{S-s}$

$= \frac{2ms}{S-s}$ und der Werth davon wird gefunden gleich $\frac{10400}{504} = 100$. das ist es würden vor jeden Hub auf einer Seite, pur allein zu Bewegung so thanen Gefäßes 100. Pf. Wasser aufgewendet werden müssen.

Vierzehnte Aufgabe

§. 39. Wenn die Linie *AB*, so wie ein Hebel um den Punct *C* beweglich eine Schwere hätte, und es würde selbige in den Extremo *A*, von der Linie *D*, als einer ähnlichen Schwere angegriffen, die Geschwindigkeit derselben zu finden.
Fig. III.

Es sey $AC = CB = a$, $EC = x$, $EN = dx$, D welches als die Kraft angenommen wird, $= n$, und die natürliche Gravität $= g$.

Wäre nun die ganze Masse von *AC*, in *A*, und von *BC*, in *B*, so würde hier, wie bey der ersten Aufgabe, nur die Gravität zu suchen seyn, wovon die Massen *A*, *B*, und *D* zusammen genommen animirt werden müßten, wenn das Factum aus derselben Gravität in die gedachte Massen, dem Facto aus dem überwiegenden Theile *D*, in die natürliche Gravität gleich seyn soll.

Weil aber die Masse durch die ganze Linie *AC*, egal vertheilt ist, so muß erstlich die Masse gesucht werden, die in *A* gesetzt, eben das thut, was die ganze Linie *AC* thun kann.

Selbige demnach zu bestimmen, so ist mittelst der Differentialrechnung zu suchen, wie viel Masse vor jedes Element EN in dem undeterminirten Abstande $EC = x$, in dem Punct A gebracht werden

den muß, da denn, wenn selbige gefunden, die Summe davon gleich ist der Masse, welche man sich statt der ganzen Linie in A einzubilden hat.

Deswegen setze ich, wie bey der 6ten Aufgabe, es würde AC, aus AC nach aC bewegt, so beschreibt der Punct E, in eben der Zeit, den Bogen Ee, in welcher A den Bogen Aa macht, und verhält sich daher (§. 5.) die Celerität von A zu der Celerität von E, eben so, als wie Aa: Ee, = AC: EC.

Mithin wenn EN aus E weggenommen, und statt dessen eine andere gewisse Masse mit eben dem Effect, wie EN, in A gesetzt werden soll, so wird die Gravität derselben, die zu der Gravität g sich (§. 4.) eben so verhalten muß, als wie AC : EC = a : x gleich seyn $g\frac{a}{x}$. Die Masse selbst aber wird, wenn ich das Moment von EN, das gleich $gxdx$, mit der angezeigten Gravität $g\frac{a}{x}$, und mit dem Abstande a, dividire, gefunden werden $= gxdx : (g\frac{a}{x}.a) = \frac{x^2dx}{a^2}$. dessen Summe = $\frac{x^3}{3a^2}$, und (wenn x = a) gleich $\frac{a^3}{3a^2} = \frac{1}{3}a$; welches also die Masse ist, die man sich, statt der ganzen Linie AC, in A, und statt BC, in B einzubilden hat.

Setze ich nun, es wäre die gemeinschaftliche Gravität, wodurch die sämtliche Massen $\frac{1}{3}a + \frac{1}{3}a + n$, in dem Punct A zusammen genommen animirt werden müßte, wenn eben die Wirkung erfolgen soll, welche erfolgt, indem die natürliche Gravität g, in die überwiegende Masse D, und zugleich auch in alle

Elemente der Linie AB wirkt $= v$, so ist $ng = nv + \frac{2}{3} av$ daher denn, wenn ich mit $(n + \frac{2}{3} a)$ dividire, der Werth von v gefunden wird $= \frac{ng}{n + \frac{2}{3} a}$.

Woraus ich wie bey der ersten und 6ten Aufgabe schließe, daß s der Raum oder die Geschwindigkeit von D, indem es die Linie AB bewegt, zu S den Raum oder die Geschwindigkeit des freyen Falles sich eben so verhalten müsse, als wie sich verhält $\frac{ng}{n + \frac{2}{3} a} : g = n : n + \frac{2a}{3} = s : S$.

Ein Exempel hiervon zu geben, so stelle man sich unter die Linie AB einen Hebel vor, wie er etwa bey denen intentirten Hebelmaschinen gebraucht werden möchte.

Die Länge desselben will ich annehmen soll seyn 72 Fuß, gleich AB und die Schwere von jeden Arme gleich 3000 Pf. die Zeit aber die er braucht auf einer Seite einmal nieder zu gehen, soll seyn 6 Secunden, und der Raum, den er mit dem Ende A beschreibt, in dem er niedergeht, soll seyn 36 Fuß. Es fragt sich, was vor eine Kraft oder Schwere in A applicirt seyn muß, wenn er, ohne auf der andern Seite etwas aufzuheben, in der gesetzten Zeit einmal niedergehen soll.

Hier ist S, der Raum des freyen Falles in 6 Secunden, gleich 540 Fuß: s der Raum des Puncts A, oder der darinnen applicirten Kraft, ist $= 36$ Fuß; und a, als die Schwere von einen Arme des Hebels, ist $= 3000$ Pf. und es ist weiter nach der gegenwärtigen Aufgabe $S : s = \quad a + n : n$ daher n gefunden

wird

wird gleich $\frac{\frac{2}{3} as}{S-s}$, gleich $\frac{72000}{504} = 142$, also daß wenn sothaner Hebel in der gesetzten Zeit einmal niedergehen sollte, vor den Hebel allein 142 Pf. und wie in vorhergehender Aufgabe gewiesen, vor das Wassergefäß, 100 Pf. das ist zusammen, vor die ganze Maschine 242 Pf. oder bey nahe 5 Cub: Fuß Wasser aufgewendet werden müßten, welche Depense ich bey dem Wasserrade nicht machen möchte.

Ich weiß wohl, daß ein solcher Hebel nicht bloß aus einen geraden Prismate bestehen würde; und es ist mir auch nicht unbekannt, daß man dergleichen Prisma, wenn es scharf gesucht werden sollte, auch etwas anders anzusehen hat, als eine gerade Linie; allein es mag in des so seyn, ich bin zufrieden, wenn ich nur so viel davon sehe, und ich weis doch, daß die übrige Schärfe, wenn es zur Ausübung kommt, doch nichts nutzt, sollte aber das jemanden zu viel zu seyn scheinen, wenn ich 3000 Pfund vor die Schwere eines Armes annehme, der überlege nur wie schwer etwa die Haupt- und Heb-Arme in einen Wasser-Rade seyn mögen, und wie etwa ein solcher Hebel gemacht werden müsse.

Funfzehnte Aufgabe.

§. 40. Wenn der Cirkel ANFE, der um das Centrum C beweglich, eine Schwere hätte, und es würde selbiger in E, von der Linie M, als einer ähnlichen Schwere, angegriffen, die Geschwindigkeit dieser Linie zu finden. Fig. VI.

Es sey EC = a, EDA = p, M = n, und die natürliche Gravität = g. Indem der Punct E, durch die Schwere M, aus E nach e gebracht wird, so bewegen sich zugleich alle Theile des ganzen Cirkels Dd, mit eben derselben Geschwindigkeit, durch einen Raum wie Ee, und es ist daher eben das, als ob die ganze Masse von dem halben Cirkel AEF, in E, und von dem halben Cirkel ANF, in N beysammen wäre.

Nun ist aber das Momentum des halben Zirkels AEF, wie aus der Static bekannt, $= 2a^2g$, und das, von dem halben Cirkel ANF, ist $= -2a^2g$, daher die Schwere von dem erstern (§. 7.) $= 2\frac{a^2}{a}g = 2ag$ und von dem andern $= -2ag$. Die Schwere aber von M, welche das gleich Gewichte von jenen aufhebet, und die Bewegung verursachet, ist $= ng$.

Setze ich also, es würden sämmtliche Massen, $2p + 2p + n$, von einer gemeinschaftlichen Gravität v, zur Bewegung angetrieben, so ist $2ag - 2ag + ng = 4pv + nv$, oder weil $2ag - 2ag = 0$, $ng = 4pv + nv$ folglich der Werth von $v = \frac{ng}{4p+n}$ und ich sage: (§. 4.) daß s der Raum, oder die Geschwindigkeit der in E applicirten Schwere, in dem sie den Cirkel FEAN bewegt, zu S dem Raum oder der Geschwindigkeit des freyen Falles sich eben so verhalte, als wie $\frac{ng}{4p+n} : g = n : 4p + n. = s : S.$

Hiervon auch ein Exempel zu geben, so könnte man etwa bey einen oberschlächtigen Wasser-Rade, wenn dabey gefragt würde, was ein solches Rad vor

eine

eine Kraft haben müsse, wenn es, von der Ruhe anzufangen, in einer gewissen Zeit, eine Umwendung machen sollte, nicht allein wie schon gesagt, den Cranz nebst den Schaufeln, als einen solchen Ring, und die Haupt- und Helf-Arme zusammen genommen, nach der vorhergehenden Aufgabe, als eine gerade Linie ansehen; sondern man könnte auch selbst das auf einer Helfte liegende Wasser, wodurch es umgegetrieben wird, daß es eine Last aufhebet, also betrachten. Es kommt zwar in der That so nicht vor, und ich will auch nicht angesehen seyn, als ob ich davor hielte, daß es genau so, und nicht anders beurtheilet werden müste; ich weiß wohl daß das Wasser dabey gewissermaßen anders agiret, immaßen es die Bewegung indem es auf das Rad auffällt, nicht von der Ruhe anfängt, und selbigen auch nicht motu accelerato fort setzet, es dienet aber vielleicht darzu, daß man daraus noch mehr siehet, wie nöthig es bey den Maschinen sey, auf den Umstand achtung zu geben.

Ich setze also, man hätte ein solches Rad im Diametro 48 Fuß hoch, wovon der Cranz mit den Schaufeln 5000 Pfund und die Arme zusammen 7000 Pfund wägen, und man wollte wissen was vor eine Schwere auf der Peripherie desselben hangen müsse, wenn es ledig, in 12 Secunden, eine Umwendung machen sollte.

So ist hier der Raum, den die auf der Peripherie hangende Schwere zu fallen hat, indem das Rad einmal umgeht, gleich der ganzen Peripherie des Rades = 151 Fuß = s der Raum des freyen Falles in 12 Secunden ist = 2160 Fuß = S die Masse des ganzen Cranzes ist gleich 5000 Pf. = 4 p, und die

Masse der Armen zusammen genommen ist = 7000 Pf. = za. die Welle und Zapfen, deren Schweren nahe beym Centro, will ich fahren lassen, und es wird daher die Kraft, oder Schwere n, die zu Bewegung des Cranzes erfordert wird, nach der gegenwärtigen Aufgabe gefunden gleich $\frac{4ps}{S-s} = \frac{755000}{2009} = 375$ Pf. und die, welche zu Bewegung der Arme erfordert wird, wird nach der vorhergehenden Aufgabe gefunden $= \frac{\frac{2}{3}as}{S-s} = \frac{704666}{2009} = 350$ Pf. also daß vor das ganze Rad zusammen 725 Pf. angewendet werden müßten, wenn selbiges von der Ruhe anzufangen, in 12 Secunden eine ganze Umwendung machen sollte.

Sechzehende Aufgabe.

§. 41. Wenn die Scheibe ANFE, die um das Centrum C beweglich, eine Schwere hätte, und es würde selbige, in E, von der Fläche M, als einer ähnlichen Schwere, angegriffen, die Geschwindigkeit derselben Fläche zu finden.

Fig. VII.

Es sey $EC = a$, $CP = x$, $Pp = dx$, $EDA = p$, $M = n$ und die natürliche Gravität $= g$, und (weil $EC : CP = EA : PG$, $PG = \frac{px}{a}$)

Weil, nach vorhergehender Aufgabe, die Masse, so vor den halben Cirkel FEA, in E, gesetzt werden muß $= 2p$, so ist die, welche vor den halben Cirkel RPS, in P gesetzt werden kann, gleich $2PG$, die aber vor den Ring RPGp ist $= 2PG . Pp = 2\frac{pxdx}{a}$ und das Momentum davon heist $= gxxdx$ daher die Gra-

vität,

vität, wovon gedachte Masse in P animirt wird $= 2gx^2 dx : (\frac{2xpdx}{a} . x) = g \frac{a}{p}$

Soll nun weiter diese Masse $2p \frac{x}{a} dx$ in P, aus P weggenommen, und davor eine andere die eben das würkt, in E gesetzt werden, so ist (weil die Geschwindigkeit in P, zu der Geschwindigkeit in A, wie x zu a,) die Gravität derselben zu der Gravität $g \frac{a}{p}$ in P, wie $a : x$, und heißt also gleich $g \frac{a^2}{px}$ daher die Masse selbst wenn ich das Momentum $2gx^2dx$ mit der Gravität $g \frac{a^2}{px}$ und mit dem Abstande $CE = a$, dividire, gefunden wird, gleich $2gx^2dx : \left(\frac{ga^2.a}{px}\right) = \frac{2px^3dx.}{a^3}$

Dessen Summe gleich $2\frac{px^4}{4a^3}$; oder (wenn $x = a$,) gleich $2\frac{pa^a}{4a^3} = \frac{1}{2}pa = \frac{1}{4}$ der ganzen Scheibe, welches die Masse ist, die in E gesetzt mit der halben Scheibe FEAF, und in N mit der halben Scheibe FNAF einerley Effect hat.

Setze ich nun wieder, es würden sämmtliche Massen $\frac{1}{2}pa + \frac{1}{2}pa + n$, durch eine gemeinschaftlicht Gravität v animirt, so ist $ng = nv + pav$, woraus, wenn ich mit $n + pa$ dividire, der Werth von v gefunden wird $= \frac{ng}{n+pa}$. und ich sage: daß s, der Raum, oder die Geschwindigkeit der in E applicirten Schwere M, indem sie die Scheibe ANFE bewegt, sich zu S den Raum, oder Geschwindigkeit des freyen Falles, eben so verhalte, als wie $\frac{ng}{n+pa} : g = n : n + pa = s : S.$

An=

Anmerkung.

§. 42. Diese, und vorhergehende zwo Aufgaben, da ich den Punct des Angriffes allemal in dem Extremo der Figur genommen universal, und auf andere Fälle, dabey solcher Punct mehr, oder weniger, von dem Centro der Bewegung entfernt ist, applicable zu machen, so darf nur in den, bey der 12 Aufgabe gegebenen Expreßionen, $S = \frac{2smb^2 + ns}{n}$; und $n = \frac{2smb^2}{S - s}$; statt m, bey der geraden Linie, der Werth von $\frac{1}{3}a$; bey dem Zirkel der Werth von 2p; und bey der Scheibe, der Werth von $\frac{1}{2}pa$ gesetzt werden. Ich will von beyden, sowohl wenn die Kraft, als auch wenn die Zeit der Bewegung gesucht wird, ein Exempel geben, und hernach die Versuche, so ich darüber angestellt, kürzlich mittheilen. Es scheinet zwar, dem erstern Ansehen nach, als ob es in den Maschinenwesen sogar nicht gebraucht werden dürfe: allein ich weiß, wo es vorkommen kann, und wo es gewiß seinen guten Nutzen haben muß, wenn man zum Voraus richtig davon zu urtheilen vermögend ist.

Das erste Exempel soll folgendes seyn. Man hat bey hiesiger Mühle, die unterschlächtig ist, observirt, daß das Wasser-Rad in einer Minute 23 mal umläuft. Das Kamm-Rad, das mit dem Wasser-Rade an einer Welle, hat 64 Zähne, und das Trieb 7 Stäbe, mithin läuft der Stein in einer Umwendung des Rades $9\frac{1}{7}$ mal, und bey 23 Umwendungen, oder in einer Minute 210 mal um.

Fer-

Ferner ist der Stein, wenn er neu, 2 Fuß Dreßdner hoch, und $3\frac{1}{6}$ Fuß im Diameter, und wiegt der cubische Fuß gleich $112\frac{1}{2}$ Pf. das Trieb aber, worauf der Stein sitzt, ist im Diameter 10 Zoll, oder nach Pariser Maaß $\frac{71}{100}$ Fuß.

Es fragt sich, mit was vor einer Kraft das Trieb angegriffen werden müßte, wenn man sothanen Stein ledig in Bewegung bringen wollte, dergestallt, daß er, von der Ruhe anzufangen, motu accelerato, in einer Minute, 210 mal umliefe.

Dieses, nach der hier gegebenen Expreßion, $n = \frac{2smb^2}{S-s}$, ausfindig zu machen, so sind aus vorbeschriebener Observation bekannt;

1) Die Schwere des ganzen Steines, welche gefunden wird 15 Fuß 1278 Cubiczoll, gleich 1770 Pf.

2) Der Raum der Kraft, als welcher dem Facto aus der Peripherie des Triebes in die Anzahl der Umgänge gleich ist, und heißt: 495 Pariser Fuß; und

3) Die Verhältniß zwischen dem Radio des Triebs u. dem Radio des Steines, wie 01 : 38, daher der Radius des Steines (wenn ich den Radium des Triebes vor 1 annehme,) $= \frac{19}{5}$.

Der Raum aber des freyen Falles in einer Minute ist gleich 54000 Pariser Fuß.

Es heißt also $s = 495$, $S = 54000$, $b = \frac{19}{5}$, $b^2 = \frac{361}{25} = 14\frac{1}{2}$, und m, als der vierte Theil von der ganzen Schwere des Steines $= 442$, und wird daher der Werth von $\frac{2smb^2}{S-s}$ gefunden $= \frac{2.495.442.14\frac{1}{2}}{54000-465}$

=

$= \frac{6337230}{53505} = 118$. und ich sage: es müssen 118 Pf. an das Trieb applicirt werden, wenn der Stein ledig, von der Ruhe anzufangen, in einer Minute, motu accelerato 210 mal umlaufen soll. Es versteht sich aber, ohne das, was die Friction an der Spindel erfordert.

Das andere Exempel soll dieses seyn: An der Welle *C* ist eine maßive Scheibe, *B*, welche mit der Welle um die Axen beweglich ist. Auf der Welle aber hengt eine Schwere *G*, durch deren Zug die Scheibe bewegt wird, der Radius der Scheibe ist = $\frac{44}{100}$ Pariser Fuß, der Radius der Welle, woran die Kraft henget = $\frac{45}{1000}$, die Schwere der ganzen Scheibe gleich 106 Loth, die Kraft an der Welle *G* ist gleich 9 Loth, und der Raum, durch welchen sich selbige bewegen soll, = 40 Fuß; man will die Zeit wissen, in welcher *G* den gegebenen Raum zurück legen kann.

Hier ist $\frac{1}{2}$ pa als der vierte Theil der Scheibe gleich $26\frac{1}{2}$ Loth = m; b ist, (wenn ich den Radium der Welle als die Entfernung der Kraft, wie in der 13 Aufgabe, vor 1 annehme) = $\frac{440}{45} - \frac{88}{9}$ $b^2 = \frac{7744}{81} = 95\frac{1}{2}$, n = 9, s = 40, und der Werth von S = $\frac{2msb^2 + ns}{n}$ wird gefunden gleich $\frac{53.40.95\frac{1}{2} + 40.9}{9}$ = 22560 Fuß, daher die Zeit der Bewegung = $\sqrt{\frac{22560}{15}} = 38$ Secunden.

Ver-

Versuch.

§. 43.

Hiervon auch zu sehen, wie genau es mit der Erfahrung übereintreffe; so habe ich folgenden Versuch desfalls angestellt: nämlich ich erwählte eine maßive Scheibe, von Ellern-Holze, deren Maaß und Gewichte, wie in vorhergehenden Exempel, und bemerkte, bey verschiedenen Gewichten, deren ich eines nach dem andern, mittelst einen dünnen Fadens, an die Welle angehengt, nach einer Secunden-Uhr, die Zeit, welche iegliches Gewichte haben müßte, wenn es 40 Fuß tief fallen, und die Scheibe mit bewegen sollte.

Die Zapfen in der Welle waren von harten Stahl, und liefen nur mit der Spitze, wie ein Dorn, in stählernen Pfannen, die auf das stärkste gehärtet waren.

Das Maaß von der Welle genau zu bekommen, so bemerkte ich, wie viel die Scheibe Umgänge machte, indem das Gewichte von der gedachten Höhe 40 Fuß herabfiel, da ich denn hernach aus deren Anzahl 141, und aus der Höhe, 40 Fuß, den Diameter berechnet.

Es war aber die Zeit der Bewegung bey jeden Gewichte wie folget:

bey

bey	2	Loth	107	Secunden.
	3	=	78	=
	4	=	65	=
	5	=	56	=
	6	=	50	=
	7	=	45	=
	8	=	42	=
	9	=	39	=
	10	=	37	=

Ziehe ich bey dem hier gebrauchten Gewichte, von jeden, vor die Friction, die doch nicht gänzlich vermieden werden können $1\frac{1}{4}$ Loth ab, so wird vor den Rest die Zeit der Bewegung, dem Calculo nach gefunden, wie folget, nämlich:

vor	$1\frac{1}{4}$	Loth	104	Secunden.
	$2\frac{1}{4}$	=	78	=
	$3\frac{1}{4}$	=	64	=
	$4\frac{1}{4}$	=	56	=
	$5\frac{1}{4}$	=	50	=
	$6\frac{1}{4}$	=	46	=
	$7\frac{1}{4}$	=	43	=
	$8\frac{1}{4}$	=	40	=
	$9\frac{1}{4}$	=	38	=

welches alles mit vorhergehenden ziemlich genau übereinkommt.

Zum Ende.

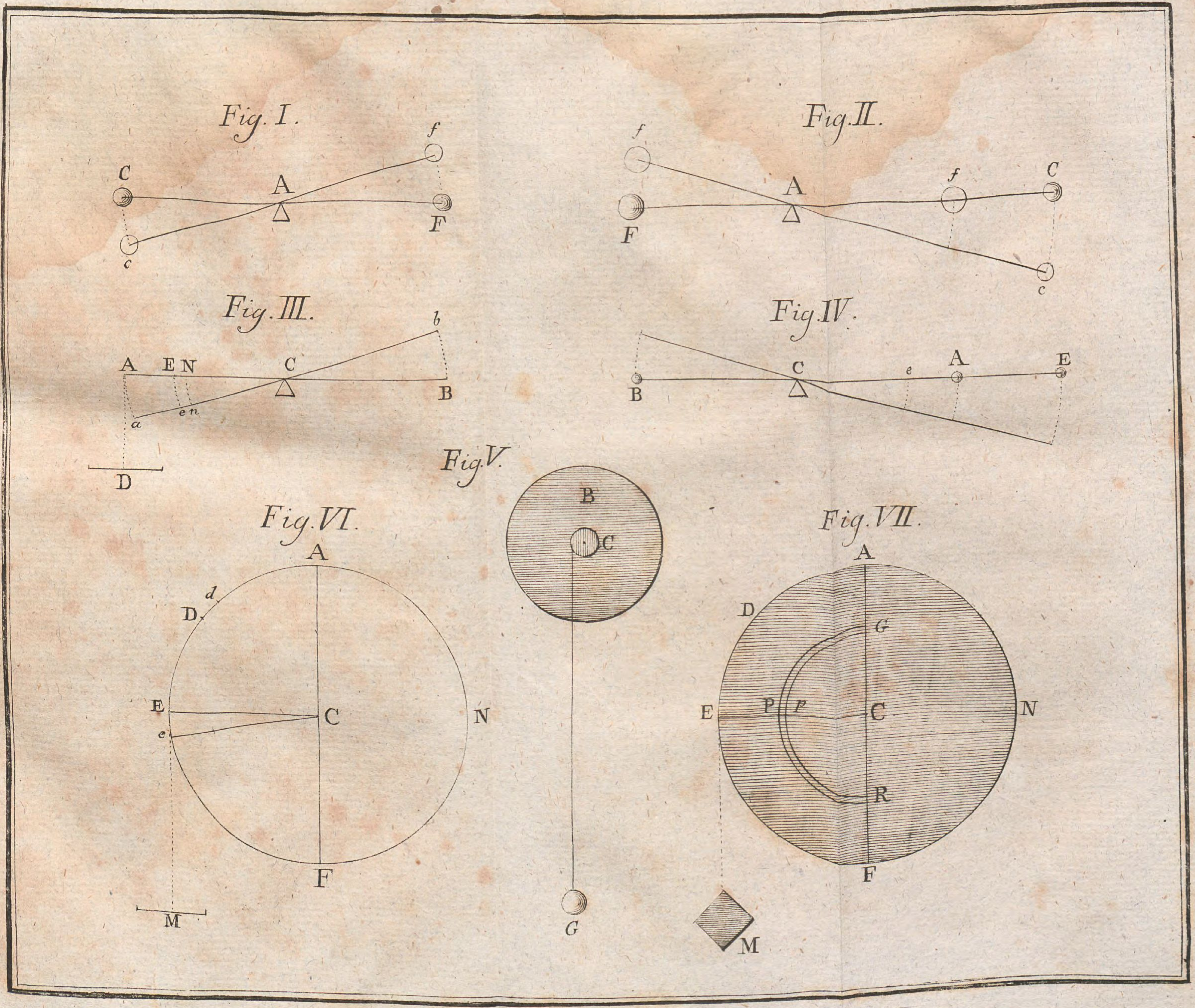


Fig. I.
f
C
A
F
c
Fig. II.
f
A
f
C
F
c
Fig. III.
b
A E N
C
B
a
e n
D
Fig. IV.
C
e
A
E
B
Fig. V.
B
C
G
Fig. VI.
A
d
D.
E
C
N
e
F
M
Fig. VII.
A
D
G
E
P
p
C
N
R
F
M

BSB Bayerische StaatsBibliothek

MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Schober, C. G.

Versuch einer Theorie von der Überwucht

Leipzig 1751

Math.a. 214
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10081133-0
VD18 14545403-001